



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV VODNÍHO HOSPODÁŘSTVÍ KRAJINY

INSTITUTE OF LANDSCAPE WATER MANAGEMENT

PŘEDPOVĚDNÍ MODEL PRŮTOKŮ VODY  
V MĚRNÉM PROFILU

FORECASTING MODEL FOR FORECAST OF FLOWS IN MEASURED PROFILE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Patrik Urbanec

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. TOMÁŠ KOZEL, Ph.D.

BRNO 2018



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

<b>Studijní program</b>	B3607 Stavební inženýrství
<b>Typ studijního programu</b>	Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
<b>Studijní obor</b>	3647R015 Vodní hospodářství a vodní stavby
<b>Pracoviště</b>	Ústav vodního hospodářství krajiny

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

<b>Student</b>	Patrik Urbanec
<b>Název</b>	Předpovědní model průtoků vody v měrném profilu
<b>Vedoucí práce</b>	Ing. Tomáš Kozel, Ph.D.
<b>Datum zadání</b>	30. 11. 2017
<b>Datum odevzdání</b>	25. 5. 2018

V Brně dne 30. 11. 2017

---

prof. Ing. Miloš Starý, CSc.  
Vedoucí ústavu

---

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## PODKLADY A LITERATURA

- Starý, M.: Nádrže a vodohospodářské soustavy, skriptum, FAST VUT Brno, 2006
- Starý, M.: Hydrologie, skriptum, FAST VUT Brno, 2005
- Starý, M. Nádrže a vodohospodářské soustavy. Metodické návody do cvičení. 1. vyd. Brno: VUT, 1987. 67 s.
- Starý, M. Nádrže a vodohospodářské soustavy. 1. vyd. Brno: VUT, 1986. 165 s.

## ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

Student sestaví model pro předpovídání průměrných měsíčních průtoků vody v měrném profilu, který bude upřesněn vedoucím práce. V druhém kroku provede vyhodnocení předpovědi pomocí histogramů.

## STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

---

Ing. Tomáš Kozel, Ph.D.  
Vedoucí bakalářské práce

## ABSTRAKT

Předmětem této bakalářské práce bylo sestavení a kalibrace předpovědního modelu průtoků vody v měrném profilu Bílovice nad Svitou na řece Svitavě a jeho vyhodnocení. Práce je rozdělena na výpočtovou část a teoretickou část. Ve výpočtové části je popsán model vycházející z neuronových sítí a jeho kalibrace. Dále je v práci popsáno vyhodnocení předpovědí pomocí histogramů, průměrů a mediánů četností pro každý měsíc zvlášť. V teoretické části jsou popsány neuronové sítě, metodika a vyhodnocení výsledků z výpočtové části. Na závěr je porovnání jednotlivých nastavení neuronové sítě. Dle dosažených výsledků lze předpovědní model doporučit pro další zkoumání.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Neuronová síť, průměrný měsíční průtok, měrný profil, stochastický předpovědní model

## ABSTRACT

The subject of this bachelor thesis was the compilation and calibration of the prediction model of water flow in the specific profile of Bílovice nad Svitou on the Svitavy River and its evaluation. The thesis is divided into the calculation part and the theoretical part. In the calculation part is described a model based on neural networks and its calibration. Furthermore, the evaluation of predictions using histograms, averages and median frequencies for each month is described in the paper. The theoretical part describes neural networks, methodology and evaluation of results from the calculation part. Finally, we compare each neural network setting. Based on the results obtained, the predictive model can be recommended for further investigation.

## KEYWORDS

Neuron network, average monthly flow, specific profile, stochastic predictive model

## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE VŠKP

Patrik Urbanec *Předpovědní model průtoků vody v měrném profilu*. Brno, 2018. 2018 s., 57 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav vodního hospodářství krajiny. Vedoucí práce Ing. Tomáš Kozel, Ph.D.

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 31. 3. 2018

---

Patrik Urbanec  
autor práce

# PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY VŠKP

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané bakalářské práce je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 31. 3. 2018

---

Patrik Urbanec  
autor práce

## **Poděkování:**

Úvodem bych velice rád poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Tomáši Kozlovi Ph.D. za užitečné rady, náměty a připomínky, které mi dával při výpočtové i textové části bakalářské práce. Dále chci poděkovat svým rodičům a mé rodině za velkou psychickou i finanční podporu, kterou mi během celého studia dávali. Nakonec bych chtěl poděkovat Davidu Rasochovi, který mi pomáhal s řešením některých vzorců v programu MATLAB.



## OBSAH

<b>1 Úvod</b>	4
<b>2 Metodika</b>	5
2.1 Neuronové sítě	5
2.1.1 Základní pojmy	6
2.1.2 Způsob učení (trénování)	7
2.1.3 Topologie neuronových sítí	9
2.1.4 Standardizace dat	9
2.1.5 Simulátory neuronových sítí	9
2.2 Perceptronové sítě	10
2.3 Statistické metody	11
2.3.1 Histogramy	11
2.3.2 Normální rozdělení a normované normální rozdělení	12
2.3.3 Koeficient variace a koeficient asymetrie	14
2.3.4 Čára překročení	14
2.3.4.1 Možnosti zpracování empirických čar překročení	14
2.3.4.2 Možnosti zpracování teoretických čar překročení	15
<b>3 Předpovědní modely</b>	16
3.1 Transformace historických dat	16
3.2 Zonální model	17
3.3 Modifikovaný zonální předpovědní model	18
<b>4 Použitý software</b>	19
4.1 Aplikace	20
<b>5 Aplikace předpovídání průtoků</b>	20
5.1 Historická data	21
5.2 Kalibrace modelu	22
5.2.1 Varianta I	23
5.2.2 Varianta II	23
5.2.3 Varianta III	24
5.3 Vyhodnocení jednotlivých kalibrací	24

---

5.3.1. Výsledky variant .....	27
5.4 Vyhodnocení výsledků neuronových sítí .....	30
<b>6 Závěr .....</b>	<b>30</b>
<b>7 Seznam zkratk a symbolů .....</b>	<b>31</b>
<b>8 Použitá literatura .....</b>	<b>32</b>
<b>9 Seznam použitých obrázků .....</b>	<b>33</b>
<b>10 Seznam použitých tabulek .....</b>	<b>34</b>
<b>11 Přílohy .....</b>	<b>37</b>

## 1 Úvod

V posledních letech se potýkáme se stále častějšími extrémy počasí, které souvisí s probíhající změnou klimatu. Těmito extrémy se rozumí delší období sucha s větším počtem přívalových dešťů. Uvedená skutečnost se může projevit ve vzrůstající napjatosti mezi kapacitou vodních zdrojů a nároky uživatelů vody. Kromě prodlužování období sucha se tedy projevuje i pokles průtoků a s ním spojený pokles dlouhodobého průměrného průtoku  $Q_a$ , u kterého se výhledově očekává pokles na hodnoty až  $0.8Q_a$  i více (Kašpárek, 2005). Uvedený pokles může mít dopad nejen na oblast zásobování vodou, ale i na jakost vody, kdy by se části toků mohly v konečném důsledku přeměnit na toky připomínající spíše stoky. Výstavba nových vodohospodářských nádrží, která by vedla ke zlepšení uvedené situace, je v současné době problematická, a proto je žádoucí optimalizovat řízení již stávajících nádrží. Jedna z cest je využití stochastického řízení nádrže. Pro stochastické řízení nádrže je potřeba sestavit kvalitní předpovědní modely. V současné době není dostatek kvalitních předpovědních stochastických modelů pro potřeby stochastického řízení zásobní funkce nádrže, a proto jsme se rozhodli touto problematikou zabývat. V praxi se běžně používají deterministické předpovědi, které však nejsou schopny dobře popsat výskyt průtoků vody v měrném profilu. Průtoky vody v měrném profilu jsou náhodné (stochastické) procesy, u nichž nelze přesně stanovit jejich budoucí hodnoty. Maximálně se dají odhadnout pravděpodobnosti jejich budoucího výskytu. A proto je výhodnější využít stochastické předpovědní modely, které poskytují vějíř budoucích možností. Celá práce se programovala v softwaru MATLAB od společnosti MathWorks.

## 2 Metody

Kapitola je členěna do dvou částí. V první části je uvedena historie a základní popis neuronové sítě. Ve druhé části kapitoly je uveden stručný popis perceptronové sítě.

### 2.1 Neuronové sítě

Umělé neuronové sítě (dále jen neuronové sítě - NS), dominují v rozpoznávání okamžité závislosti ze vzorů vstupně výstupních vztahů. Tím se liší od expertních systémů, které dosahují výborných výsledků v posloupnosti logických operací a fuzzy logických metod, které se vyznačují schopností reprezentovat znalosti.

První informace o NS bývá spojována se jmény McCullocha & Pittse (1943), kteří sestavili první neuronový model. V roce 1949 navrhl Donald Hebb ve své knize *Organization of Behaviour model* založený na biologické podobnosti, který je schopný učení. Na popsání principů je založena řada moderních učících se síťových mechanismů. Dominantní postavou 50. let se v oblasti NS stal Frank Rosenblatt. Vyvinul třídu neuronů nazývaných "Perceptrony". Jeho přístup výrazně posunul vpřed teorii založenou na rozpoznávání vzorů a na asociativním učení.

V roce 1982 publikoval John Hopfield, profesor chemie a biologie v Kalifornii v Technologickém institutu články o NS, které byly natolik významné, že stimulovaly řadu vědců a roztočily další kolo rozvoje neuronových sítí. Objevilo se v nich několik klíčových momentů jako popis zpětné vazby mezi neurony, nelinearita přenosových funkcí, koncept globální energetické funkce, teorie energetických stavů a teorie minimalizace energetického toku.

V naší odborné veřejnosti je možno zaznamenat první články a publikace týkající se obecného popisu NS až po roce 1988. Z autorů je možno vzpomenout např. Hořejše a Kufudaki, Nováka, Bílu a Křivana.

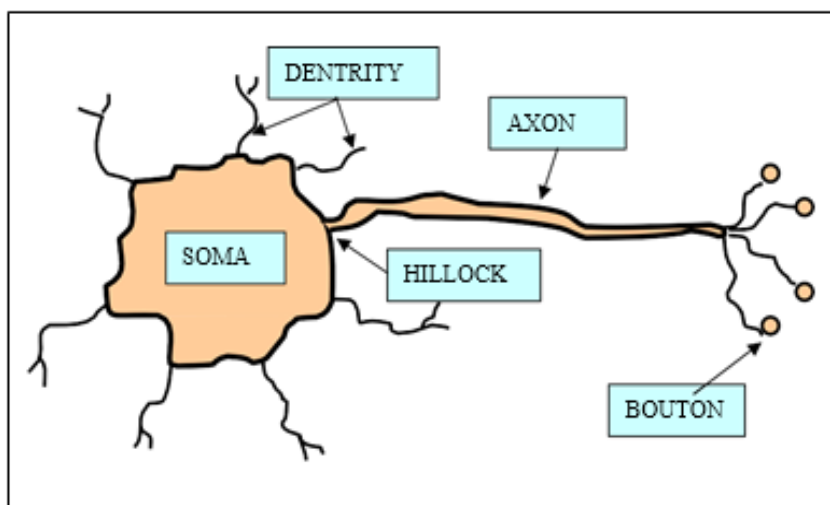
Co se týká publikací našich autorů zaměřených na užití NS ve vodním hospodářství, je možno uvést příspěvek Nacházela a Tomana, zaměřený na problematiku NS a jejich užití pro optimalizaci výroby elektrické energie v soustavě vodních elektráren. Kromě toho lze uvést některé práce Doc. Ing. Miloše Starého, publikované samostatně nebo se spolupracovníky. Z nich je možno vzpomenout Modelování hydrogramů povodňových vln v systému stanic s využitím neuronových sítí. Z prací, které publikoval v zahraničí, je možno vzpomenout *Neural Networks and Predictions in Applied Hydrology*, kde byly shrnuty některé zkušenosti s užitím NS v aplikované hydrologii. [1]

### 2.1.1 Základní pojmy

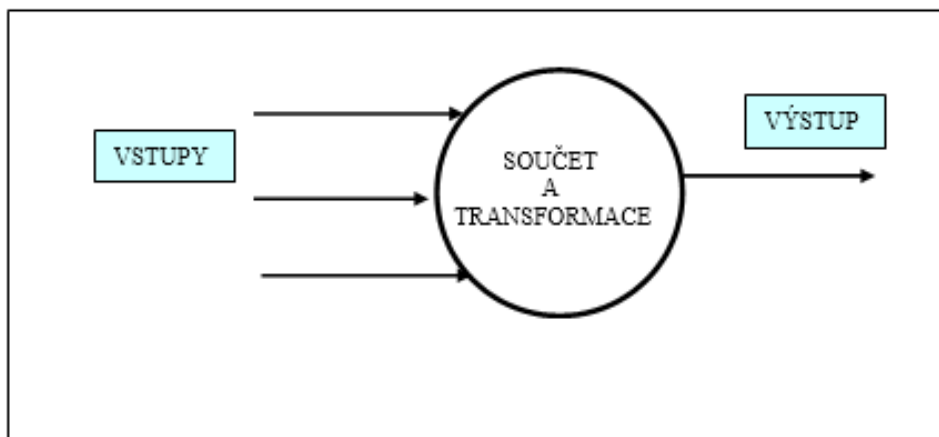
Pro pochopení funkce NS je třeba uvést některé základní pojmy. Lidský mozek sestává ze sítě mnoha biliónů speciálních buněk, které se nazývají neurony. Typický neuron znázorněný na obr.1 se skládá z těla neuronu (soma), z něhož vybíhá nervové vlákno (axon). To je zakončené rozvětvením směřujícím k ostatním neuronovým buňkám v síti, s jejichž těly tvoří elektrochemickou vazbu (synapse).

Dentrity, které spojují neuron s ostatními pomocí synapsí, přenášejí podráždění (vstupní signály) do somy. Zde jsou tyto signály sečteny a je rozhodnuto podle jejich síly a povahy, zda budou propuštěny a s jakou silou (filtrace přes membránu - hillock) do axonu. Ten pak přenáší signál do ostatních neuronů přes boutony s různou velikostí a zpožděním. Každá neuronová buňka se chová jako extrémně jednoduchý počítač, jehož schéma je uvedeno na obr.1.

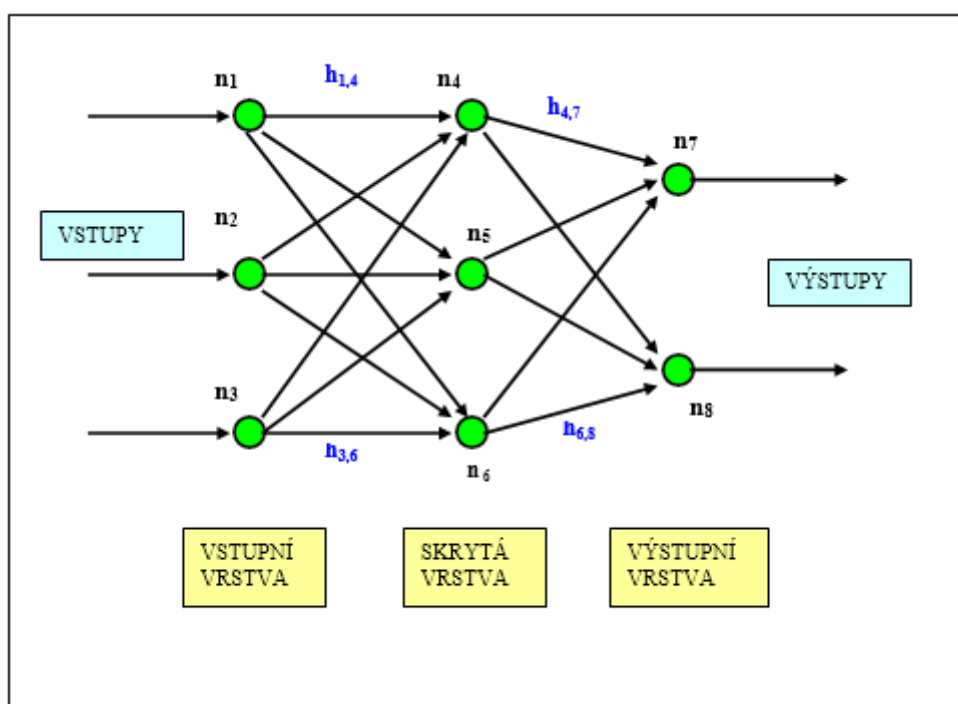
Umělý neuron přijímá vstupní signály (vstupy) a vysílá výstupní signál (výstup). každý neuron přijímá vstupy z mnoha jiných neuronů. Definujme umělou NS jako orientovaný graf  $G(N,H)$ , ve kterém množinu vrcholů  $N$  tvoří těla neuronů ( $n_i$ ) a množinu hran  $H$  tvoří spojnice neuronů ( $h_{i,j}$ ). Necht' jsou v tomto grafu jednotlivé neurony uspořádány do vrstev podle obr.3 tak, že vstupní vrstvu tvoří vstupní neurony, dále následuje skrytá vrstva neuronů (může být více vrstev) a vrstva výstupních neuronů. Neurony jsou v NS průběžně očíslovány. Každý neuron v libovolné skryté vrstvě je spojen hranou s každým neuronem vrstvy předchozí i vrstvy následné. [1]



Obr.1. Biologický neuron [1].



Obr.2. Umělý neuron [1].



Obr.3. Umělá neuronová síť [1].

### 2.1.2 Způsob učení (trénování)

Je dána tréninková matice, ve které jsou do určitých sloupců zapsány hodnoty vstupních signálů a do zbývajících hodnoty výstupních signálů. Vždy jeden řádek odpovídá jednomu vztahu mezi vstupem a výstupem – tvoří jeden vzor. Schéma takové matice je znázorněno v tab.1. Vstupní veličiny  $X1$ ,  $X2$ ,  $X3$  a  $X4$ , jsou zapsány do vstupních sloupců označených symbolem  $\downarrow$ , výstupní veličiny  $Y1$  a  $Y2$  jsou pak uvedeny ve sloupcích výstupních, označených symbolem  $\uparrow$ .

Číslo uvedené ve sloupci  $i$  udává pořadí příslušného vzoru. [1]

**Tab.1.** *Schéma tréninkové matice*

	↓	↓	↓	↓	↑	↑
I	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2
1	0.4	12.7	5.1	26.5	6.8	0.3
2	0.8	15.6	3.8	21.7	3.3	0.2
3	0.6	11.1	4.3	29.6	4.4	0.5
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
N	0.3	8.5	3.7	18.9	5.1	0.4

V průběhu učení (trénování) vstupují postupně po řádcích do NS vstupní signály (tréninkové vzory). V závislosti na velikostech vah a prahů pak vystupují z výstupních neuronů hodnoty výstupních signálů. Postup se opakuje podle počtu řádků tréninkové matice. Zadané výstupní signály a NS vypočtené signály vykazují odchylku. Součet čtverců těchto odchylek vypočtený pro každý vzor zvlášť je chybou vzoru  $E_v$ . Součet chyb vypočtených ze všech vzorů je celková chyba  $E$ . V procesu trénování se hledají takové hodnoty vah, aby pro všechny řádky tréninkové množiny tyto odchylky nepřekročily povolenou toleranci.

Trénování NS současně pro všechny uvažované vzory představuje minimalizační problém, při kterém se minimalizuje celková chyba  $E$ , vypočtená ze všech vzorů. Úloha vede na optimalizaci, při které je vektorem neznámých vektor  $W$ , jehož prvky tvoří neznámé váhy, resp. i parametry přenosových funkcí a hodnoty prahů. Úkolem je nalézt takovou hodnotu vektoru  $W$ , při které všechny uvedené odchylky nebo předepsané procento odchylek (kritériem může být i součet čtverců odchylek, směrodatná odchylka, průměrná odchylka nebo koeficient determinace apod.) nepřekročí zadanou toleranci. Protože dokonce i malé NS mají stovky a tisíce spojníc, mluvíme o "minimalizaci skalárního pole na vektorovém prostoru se stovkami dimenzí". Pro řešení popsaného problému může být použita řada optimalizačních metod.

Nejužívanější metody, vhodné pro nalezení minima kritériální funkce, jsou gradientní metody. Metoda gradientního poklesu zahrnuje změnu proměnných s malým krokem změn směrem dolů ve směru lokálního gradientu.

V oblasti jednosměrných NS se velmi často používá metoda *zpětného šíření* (back-propagation) (Sejnowski, Rosenberg, 1988), kterou je možno přiřadit mezi gradientní metody. Podrobný popis metody uvádí např. Lawrencová nebo Šíma a Neruda. Při jejím užití se síť postupně učí pomocí korekce vah v závislosti na odchylce mezi zadanou a vypočtenou hodnotou výstupních signálů ve výstupních neuronech neuronové sítě. Korekce signálů (vah) pak probíhá sítí zpětně od výstupní vrstvy neuronů po vrstvu vstupní-podle toho získala název.

Proces trénování sestává z postupně opakovaných výpočtů výstupů z NS při daných vahách pro každý vzor, kdy signály postupují od vstupní do výstupní vrstvy neuronů (forwards) a je vypočtena chyba vzoru  $E_v$ . Následně pak probíhá zpětným směrem (backward) postupný výpočet oprav jednotlivých vah. Je zřejmé, že algoritmus nemůže implementovat celkový

(opravdový) gradientní pokles chyby  $E$ . Jednotlivé váhy jsou měněny po každé postupné implementaci příslušného vzoru. Praxe však ukazuje, že metoda je funkční v naprosté většině testovaných příkladů. [1]

### 2.1.3 Topologie neuronových sítí

Jedním ze zásadních problémů při konstrukci neuronové sítě je určení její topologie. Především je nutno zvážit k jakému účelu bude neuronová síť sloužit, jaké budeme zadávat veličiny vstupní a co bude výstupem. Je třeba dobře promyslet, které veličiny mohou mít vliv na výstup neuronové sítě. V této fázi je třeba zapomenout na různé procedury, pravidla nebo vzorce. Je třeba uvažovat o veličinách a jejich možných vztazích jako takových. Různorodost vstupních dat s vazbou na veličinu výstupní zvyšuje šanci nalézt významnou korelaci mezi veličinami. Dále je třeba si uvědomit, zda budeme mít k dispozici dostatek vzorů obsahujících veličiny vybrané jako vstupy a výstup neuronové sítě. Je zřejmé, že při určení počtu neuronů ve vstupní a výstupní vrstvě se po provedení těchto úvah nevyskytnou žádné větší problémy. Jejich počet je dán počtem vstupních a výstupních veličin. Dimenze vstupní a výstupní vrstvy je tedy dána charakterem řešené úlohy. Problémy však nastávají při určení *počtu skrytých vrstev neuronů a počtu neuronů v těchto vrstvách*. Problém volby počtu skrytých vrstev a skrytých neuronů je záležitostí každého řešitele. [1]

### 2.1.4 Standardizace dat

Standardizací vstupních dat rozumíme transformaci, která tato data převede na požadované intervaly. Tyto intervaly mohou být různé a mohou se odlišovat podle toho, zda se jedná o vstupy nebo výstupy neuronové sítě. Pak mluvíme o standardizaci vstupních nebo výstupních dat. Transformaci je nutno provést ještě před započítím trénování neuronové sítě a v řadě případů je podmínkou úspěšného trénování.

Například při použití *sigmoidy* jako nelineární přenosové funkce, jejíž výstupy leží v intervalu  $(0,1)$ , je transformace výstupních dat nutností a plyne z definice této funkce. Po natrénování neuronové sítě a provedeném výpočtu pro nová vstupní data jsou pak výstupy neuronové sítě inverzní transformací převedeny na interval skutečných hodnot výstupních dat. [1]

### 2.1.5. Simulátory neuronových sítí

Celá práce se programovala v softwaru MATLAB od společnosti MathWorks. Dalších softwarových produktů byla pro tento účel ve světě vyvinuta celá řada s větší či menší úspěšností. V současnosti existuje mnoho dalších softwarových simulátorů neuronových sítí. Jedním z nich je software ARTINT ver.2.0, který byl vyvinut společnostmi Mentar a EGÚ v naší republice. Je možno jej považovat za první komerční software u nás. Jako dalším tu je MATLAB, který má integrované prostředí pro vědeckotechnické výpočty, které obsahuje vlastní programovací jazyk, vestavěné algoritmy, různé analýzy a prezentace dat, grafy numerické výpočty a simulace. Toto prostředí doplněné knihovnou Neural Networks Toolbox představuje flexibilní prostředí pro simulaci většiny známých neuronových sítí a používá řadu



učících metod včetně základního algoritmu backpropagation.

Z dostupného komerčního software je uváděn především program BrainMaker Professional, který byl využit při řešení následujících aplikací. Je produktem společnosti California Scientific Software v USA. Ta má ve světě uznávané vedoucí postavení v oblasti prostředků vyvinutých pro simulaci neuronových sítí. Neuronové sítě, které umožňuje simulovat, jsou převážně jednosměrné vrstevnaté. Software umožňuje výběr z řady běžně užívaných přenosových funkcí. Pro trénování se užívá metoda backpropagation. Software sestává ze dvou částí. První část - *NetMaker* - je určena pro sestavení neuronové sítě. Data je v ní možno přímo zadávat pomocí speciálního editoru podobného známým tabulkovým procesorům. Druhou část software tvoří vlastní softwarový emulátor neuronových sítí - *BrainMaker*. V zásadě umožňuje dotvořit NS (určit počet skrytých neuronových vrstev a v nich počet neuronů, podmínky a přesnost trénování apod.), natrénovat NS, provést testování její přesnosti a následně spustit pro vstupní soubor výpočet. Novinkou od verze 3.1 je možnost aplikace genetických algoritmů Genetic Training Option (GTO) pro trénování a mřížkové optimalizační rutiny pro automatické dotvoření topologie neuronových sítí. [1]

## 2.2 Perceptronové sítě

Jedním z nejdůležitějších modelů používaných dodnes je tzv. perceptron, jehož potenciál je definovaný jako vážený součet vstupních signálů. Pokud tento vnitřní potenciál neuronu překonává jeho prahovou hodnotu  $\vartheta$ , dojde k excitaci neuronu na hodnotu 1. V opačném případě je neuron inhibován, což je reprezentováno hodnotou 0.

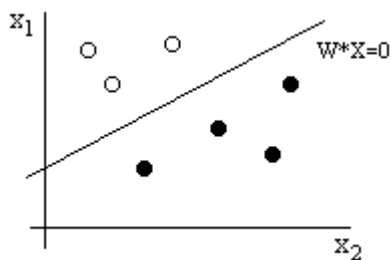
Matematicky to lze vyjádřit jako funkce signum:

$$y = \text{Sgn}\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i - \vartheta\right) \quad \begin{array}{l} \text{Sgn}(x) = 1, x > 0 \\ \text{Sgn}(x) = 0, x \leq 0 \end{array} \quad [2]$$

Zavedením stálého neuronu na vstupu se stavem excitace  $x_0 = 1$  a vazbou k neuronu  $w_0 = -\vartheta$  lze předchozí funkci zjednodušit takto:

$$y = \text{Sgn}\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i\right) \quad [2]$$

Pokud provedeme analýzu výrazu v závorce, získáme rovnici nadroviny, v dvourozměrném případě reprezentovanou přímkou.



[2]

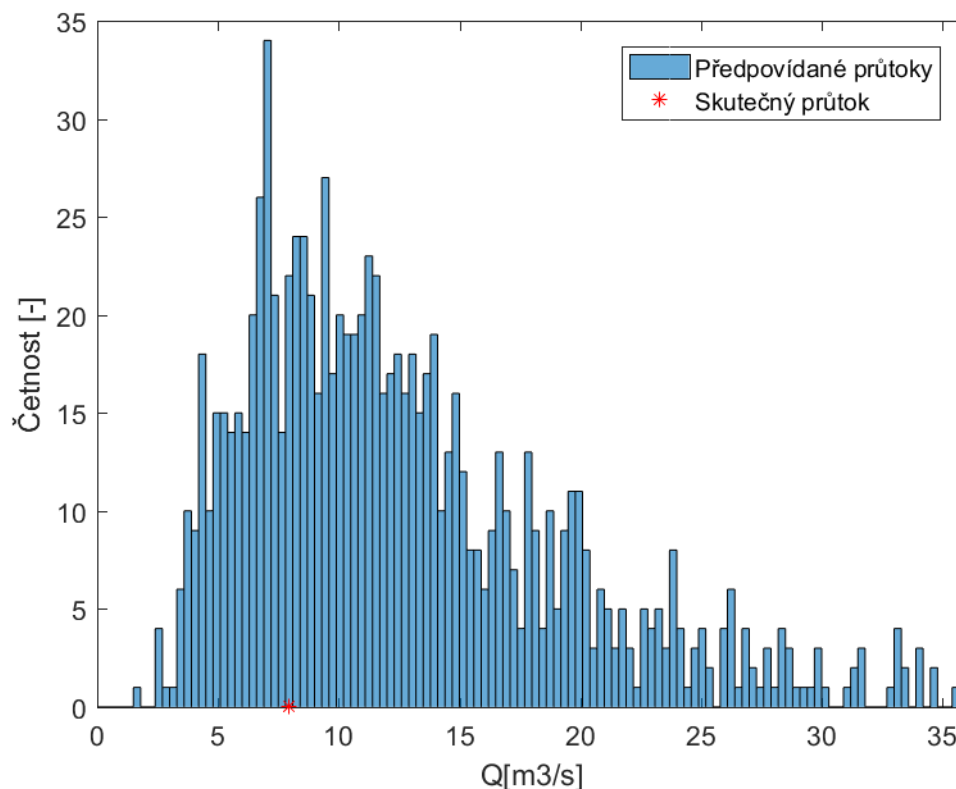
Tato rovina rozděluje vstupní prostor na dva poloprostory. Jinými slovy, jsme schopni prostřednictvím perceptronu rozlišit dvě třídy vstupů. [2]

Existují i jiné sítě např. Kohonenova neuronová síť nebo radiální neuronová síť. Tyto sítě nebyly v práci použity.

## 2.3 Statistické metody

### 2.3.1 Histogramy

Histogram je grafické znázornění distribuce dat pomocí sloupcového grafu se sloupci stejné šířky, vyjadřující šířku intervalů (tříd), přičemž výška sloupců vyjadřuje četnost sledované veličiny v daném intervalu. Je důležité zvolit správnou šířku intervalu, neboť nesprávná šířka intervalu může snížit informační hodnotu diagramu.



Obr.4. Histogram vytvořený v programu MATLAB

### 2.3.2 Normální rozdělení a normované normální rozdělení

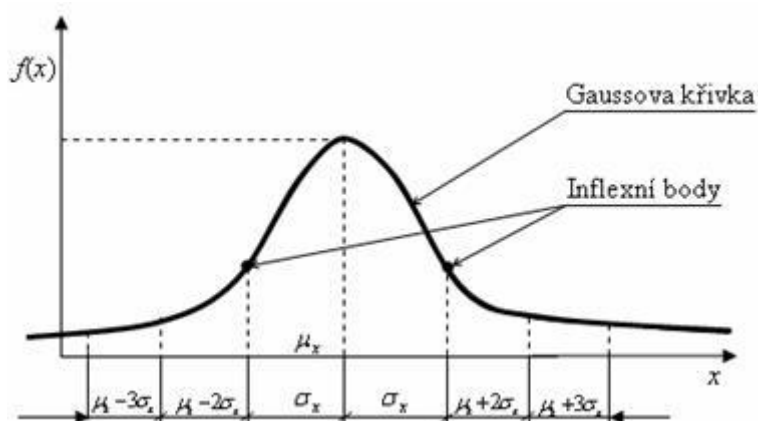
Normální rozdělení neboli Gaussovo rozdělení je jedno z nejdůležitějších rozdělení pravděpodobnosti spojité náhodné veličiny. Jeho důležitost ukazuje centrální limitní věta, která tvrdí, že součet či aritmetický průměr velkého počtu libovolných vzájemně nezávislých a nepříliš „divokých“ náhodných veličin se vždy podobá normálně rozdělené náhodné veličině. Normální rozdělení proto za určitých podmínek dobře aproximuje řadu jiných pravděpodobnostních rozdělení, i když v praxi málokteré rozdělení je přesně normální.

Distribuční funkci normálního rozdělení náhodné veličiny určíme podle vztahu:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} dt \quad [3]$$

Hustotu pravděpodobnosti normálního rozdělení náhodné veličiny určíme podle vztahu:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \quad [3]$$



**Obr.5.** Hustota pravděpodobnosti obecného normálního rozdělení [3].

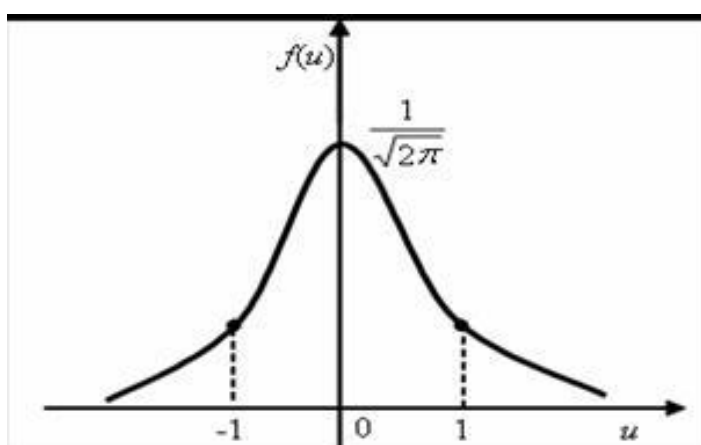
Rozdělení  $N(0,1)$  bývá označováno jako normované normální rozdělení.

Distribuční funkci normovaného normálního rozdělení náhodné veličiny určíme podle vztahu:

$$F(u) = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad [3]$$

Hustotu pravděpodobnosti normovaného normálního rozdělení náhodné veličiny určíme podle vztahu:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad [3]$$



**Obr.6.** Hustota pravděpodobnosti normovaného normálního rozdělení [3].

### 2.3.3 Koeficient variace a koeficient asymetrie

Koeficient variace se spočítá jako

$$C_{v,x_j} = \frac{s_j}{\bar{x}_j} \quad [5]$$

kde  $s_j$  je směrodatná odchylka,  $\bar{x}_j$  je aritmetický průměr (odhad střední hodnoty) a  $j$  je pořadí měsíce. Asymetrie určuje naklonění pravděpodobnostního rozdělení. Asymetrii lze určit ze vzorce [5]

$$C_{s,x_j} = \frac{m_3(x_{i,j} - \bar{x}_j)}{s_{x,j}^3} \quad [5]$$

kde  $s_{x,j}$  je směrodatná odchylka,  $\bar{x}_j$  je aritmetický průměr,  $x_{i,j}$  je prvek souboru,  $j$  je pořadí měsíce a  $m_3()$  je hodnota třetího centrálního momentu. [5]

### 2.3.4 Čára překročení

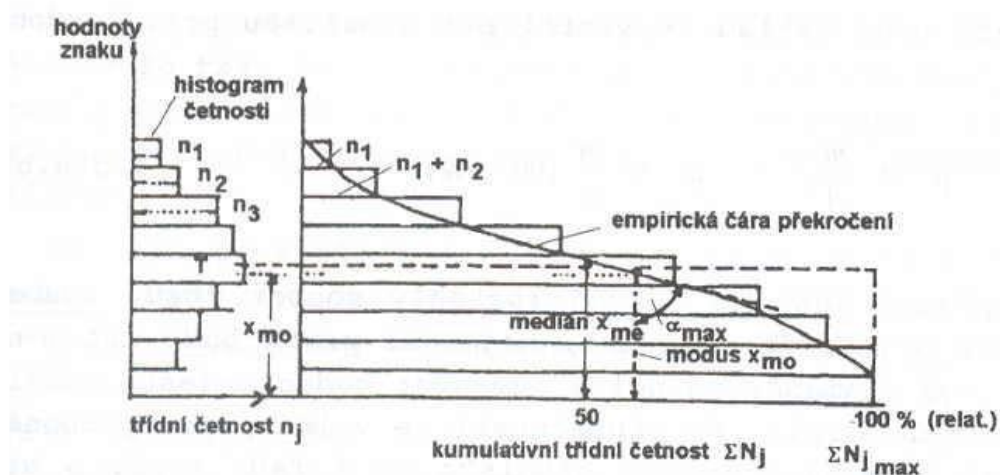
Čára překročení je zcela zásadní pracovní nástroj v hydrologii. Poskytuje informaci kolikrát nebo po jakou dobu byla určitá hodnota znaku v určitém období (např. pozorování) dosažena nebo překročena. Výsledkem zpracování čar překročení jsou mimo jiné návrhové veličiny pro projektování vodohospodářských a jiných staveb.

**Empirické čáry překročení:** Výsledek zpracování jednotlivých statistických souborů.

**Teoretické čáry překročení:** Využívají se základní statistické charakteristiky souborů a zákony rozdělení pravděpodobnosti. Smyslem vyrovnání průběhu ve střední části a extrapolace do oblasti extrémních hodnot. [4]

#### 2.3.4.1 Možnosti zpracování empirických čar překročení

1. Pro rozsáhlé soubory se v minulosti používala metoda založená na rozdělení prvků statického souboru do dílčích tříd – intervalů. Ty byly charakterizovány počtem výskytů – histogram četnosti. Čára překročení je potom součtovou čarou k histogramu četnosti



Obr.7. Ukázka empirické čáry překročení [4].

- Na základě výpočtu pravděpodobnosti po seřazení souboru o  $n$  prvcích dle velikosti,  $m$  je potom pořadové číslo prvku.

Základní rovnice

$$p = \frac{m}{n}$$

Čegodajev

$$p = \frac{m - 0.3}{n + 0.4}$$

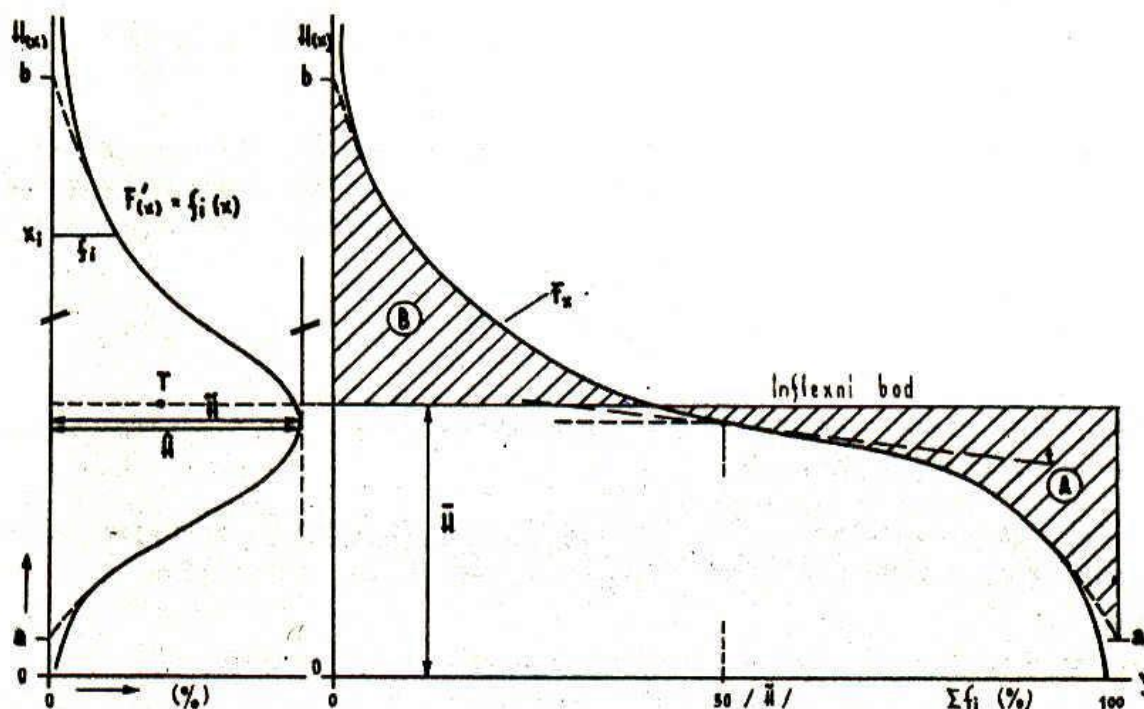
- V případě sloupcového zobrazení čáry jevu seřazením jednotlivých sloupců dle velikosti klesajícím pořadí.
- Obecně z čáry četnosti jako součtovou čáru k čáře diferenciální. [4]

### 2.3.4.2 Možnosti zpracování teoretických čar překročení

Výpočet teoretické čáry překročení odpovídající určitému zákonu rozdělení pravděpodobnosti.

- Zákon rozdělení Laplace-Gussův – symetrické rozdělení pravděpodobností. Neodpovídá rozdělení hydrologických prvků. V hydrologii se používá jen výjimečně.

## 2. Zákon rozdělení Pearson III – průběh funkcí $x$ , $C_s$ a $C_v$ . V hydrologii používán nejčastěji. [4]



Obr.8. Ukázka teoretické čáry překročení [4].

## 3 Předpovědní modely

V kapitole předpovědní modely je popsána transformace historických dat a předpovědní zonální modely.

### 3.1 Transformace historických dat

Práce s daty probíhala na úrovni průměrných měsíčních průtoků, kdy se data roztřídily dle měsíce, ve kterém se vyskytly. Každý měsíc v roce má jiné pravděpodobnostní rozdělení a jinou autokorelační funkci. Z uvedeného důvodu by bylo generování průtokových řad problematické. Proto byl pro generování použit obvyklý postup, kdy se řady transformují na normované normální rozdělení  $N(0,1)$  - hladina Z. Tam proběhla jejich analýza a následné generování krátké umělé řady. Vygenerovaná řada se pak vrací inverzní transformací na původní rozdělení.

Transformace dat byla provedena ve dvou krocích. Prvním krokem bylo odstranění asymetrie dat - transformace na hladinu  $Y$ . V první fázi řešení byly použity různé typy logaritmických transformací, jejichž výsledky byly nepřesvědčivé. Proto bylo přistoupeno k odstranění asymetrie Cox-Boxovou rovnicí (Box, Cox, 1964)

$$Y_{i,j} = \frac{(Q_{i,j})^{r_j} - 1}{r_j} \quad [5]$$

kde  $Y_{i,j}$  je transformovaný průměrný měsíční průtok na rozdělení bez asymetrie,  $Q_{i,j}$  je průměrný měsíční průtok, který je transformován,  $r_j$  je koeficient transformace pro vybraný měsíc,  $j$  je pořadí měsíce (1-12, leden je 1 a prosinec je 12) a  $i$  je index průtoků.

Problémem při použití Cox-Boxovy rovnice se ukázal parametr  $r$ , který lze jen obtížně dopočítat, a proto bylo přikročeno k jeho stanovení numerickou optimalizací pomocí mřížkové metody. Kritériem optimalizace byla odchylka koeficientu asymetrie od nuly, která byla minimalizována. Optimalizace se zastavila, pokud hodnota asymetrie byla v rozmezí hodnot - 0.001 až +0.001 (předpoklad normálního rozdělení).

Dalším krokem byla samotná transformace členů průtokové řady z hladiny  $Y$  na hladinu  $Z$ , kde dosahují normovaného normálního rozdělení. Transformace proběhla za použití běžných transformačních vztahů

$$Z_{i-1,j} = \frac{Y_{i-1,j} - s_{j-1}}{x_{j-1}} \quad [5]$$

$$Y_{i,j} = x_j + s_j \cdot Z_{i,j} \quad [5]$$

kde  $Y_{i,j}$  je transformovaný průměrný měsíční průtok na rozdělení bez asymetrie,  $Z_{i,j}$  je předpovězený průměrný měsíční průtok, který je transformován,  $x_j$  je průměr hodnot v předpovězeném měsíci,  $s_j$  je směrodatná odchylka předpovídaného měsíce,  $j$  je pořadí měsíce (1-12, leden je 1, prosinec je 12) a  $i$  je číslo předpovědi (1 - 1000). [5]

### 3.2 Zonální model

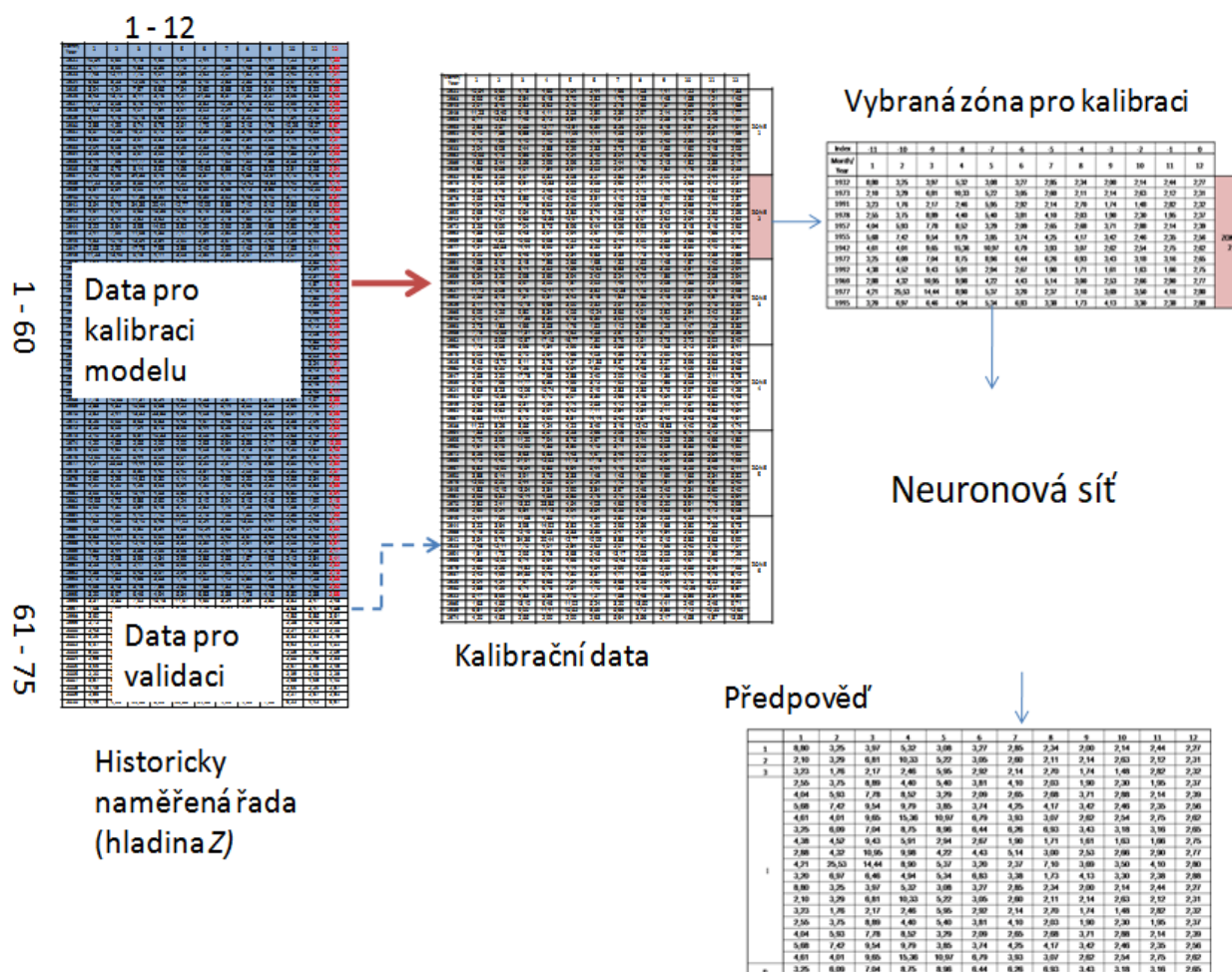
Výhodou zonálních předpovědních modelů (Marton, Menšík, Starý, 2015) oproti klasickým předpovědním modelům je, že se historicky naměřená data (průměrné měsíční průtoky) v řešeném měsíci, ve kterém se vydává předpověď, rozdělí do zón výskytu. Průměrné měsíční průtoky historické řady se seřadí v řešeném měsíci, na jehož konci je vydávána předpověď



(např. ve všech lednech) od nejmenšího k největšímu dle měsíce s posledním měřeným průtokem a rozdělí se do předem určeného počtu zón. Průměrné měsíční průtoky reálné průtokové řady ležící v dané zóně a jejich následné průběhy (délka je určena délkou předpovědi průtoků) tvoří pracovní oblast průtoků (zón). Ostatní historické průběhy reálné průtokové řady nejsou pro tvorbu předpovědi využity. Poté jsou ve zvolené zóně data zbavena asymetrie a z takto transformovaných dat je zkonstruováno trojúhelníkové rozdělení (aproximace hustoty pravděpodobnosti vzhledem k malému počtu realizací v některých zónách). Za předpovězený průtok je vybrán modus předpovědi. Výhodou zařazení průtoků je, že pokud se průtok, podle kterého je předpověď zařazena do zóny, nachází v zóně malých průtoků, předpověď bude v rozmezí průtoků, které jsou s uvedenou zónou spojeny historickým výskytem. [5]

### 3.3 Modifikovaný zonální předpovědní model

Rozdělení pracovní oblasti průtokových řad do zón je provedeno stejně, jako u dříve popsaného zonálního modelu. Modifikovaný zonální model se liší tím, že na vybranou zónu je aplikován neuronová síť. Historicky měřené průtoky se převedou na úroveň hladiny Z. Neuronových sítí, je počítána pouze z historicky měřených průtoků vyskytujících se v přiřazené zóně. Ke zbytku dat nemá model při tréninku neuronové sítě přístup. Na obrázku 4 je vyobrazeno schéma modelu a jeho kalibrace a validace. Svislý text u matice měřených dat zobrazuje rozsah měřených roků použitých pro kalibraci (1-60) a rozsah měřených průtoků použitých pro validaci (61-75) pro první krok řešení, protože data pro kalibraci se postupně rozšiřují o již historicky proběhlé roky z pohledu validace (pro 62. rok je již 61. rok historií, a proto může být použit pro kalibraci). Vodorovný text zobrazuje měsíce v roce. Pro každý měsíc a zónu byla natrénována jedna neuronová síť. Předpovědní model dostane řadu předchozích průtoků a vypočte předpověď požadované délky (11 měsíců). [5]



Obr. 9. Schéma Modifikovaného zonálního modelu.

## 4 Použitý software

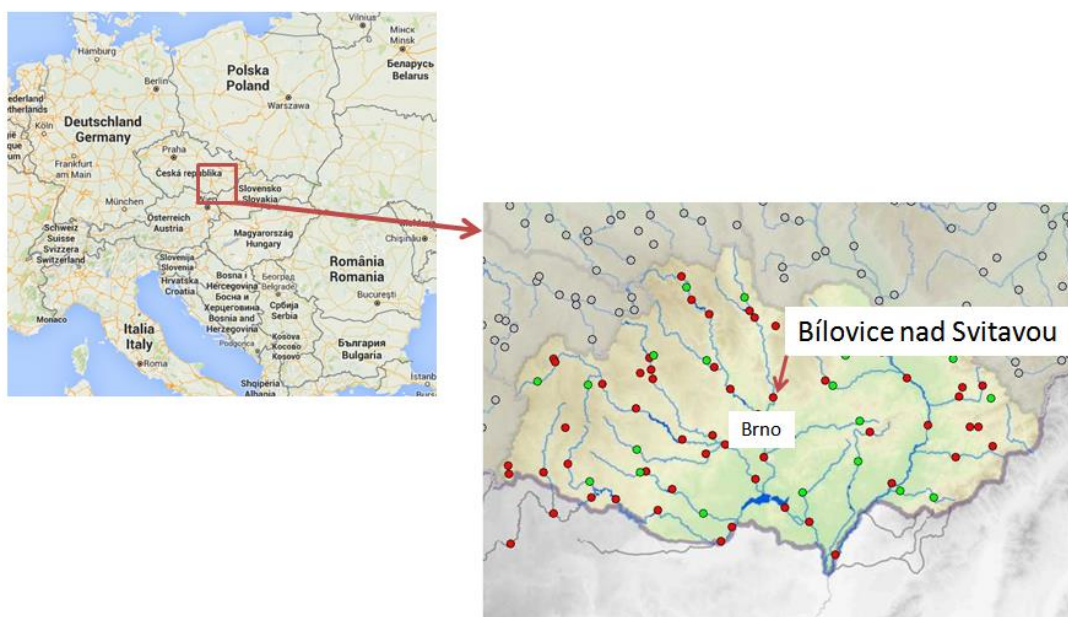
MATLAB je interaktivní platforma, která je navržena s programovacím jazykem 4. generace. Je z velké části používán pro výpočetní úkoly v matematice na vysoké úrovni nebo v jiných oblastech. Ačkoli to bylo zpočátku pouze pro výpočetní účely, nyní se diverzifikovalo do různých dalších oblastí. Byla upravena tak, aby měla různé nové funkce, které zlepšily jeho výkon ve všech aplikacích, ve kterých se používá. Společné komodity, které tento programovací jazyk používají, jsou většinou oddělení akademické sféry. Věda, inženýrství a ekonomika jsou doménami, které maximálně využívají programovací software MATLAB. [7]

## 4.1 Aplikace

Programovací jazyk MATLAB se stal velmi užitečným v mnoha univerzálních polích. S funkcemi, jako je vektorový výpočet, numerická matice a také schopnost manipulovat s algoritmem, se software používá pro mnoho aplikací. První a nejdůležitější aplikace je vyrábět řešení pro nejkompexnější systém rovnic. Mnozí studenti jsou závislí na softwaru MATLAB, který řeší výpočty na vysoké úrovni. Stimulace je další významnou aplikací tohoto softwaru. Některé z dalších triviálních aplikací jsou zobrazování, analýza, vizualizace a průzkum. [7]

## 5 Aplikace předpovídání průtoků

Předpovídání průtoků vody bylo aplikováno na měrném profilu Bílovice nad Svitavou, který se nachází na řece Svitavě. Provozovatelem měrné stanice je Český hydrometeorologický ústav. Profil byl vybrán z důvodu dobré dostupnosti dat, která byla na pracovišti, a dlouhé řady reálných průměrných měsíčních průtoků.



**Obr.10.** Měrný profil Bílovice nad Svitavou [5].



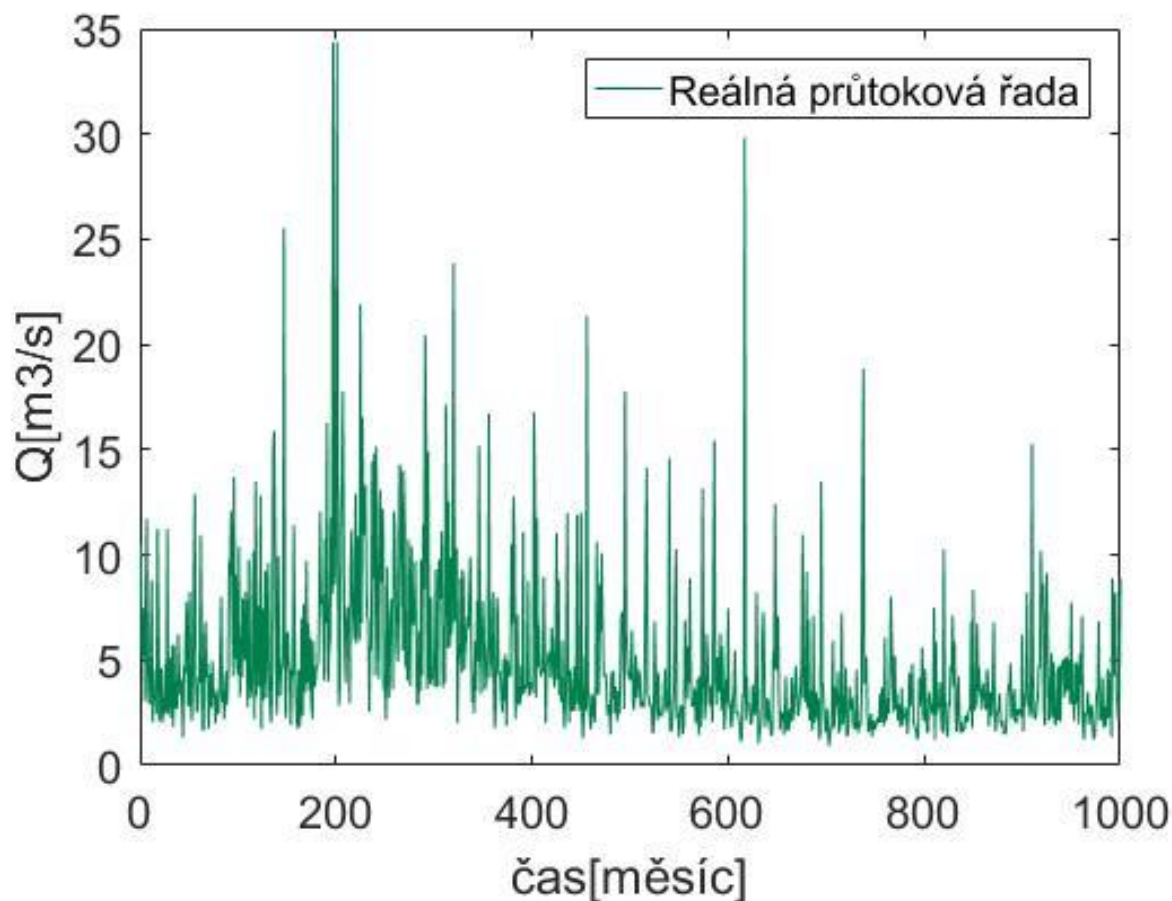
**Obr.11.** Měrná stanice Bílovice nad Svitavou [5].

## 5.1 Historická data

Pro předpověď průtoků vody byla použita 90 let dlouhá řada průměrných měsíčních průtoků (od roku 1921 do roku 2010). Reálná řada je vykreslena na obrázku 11. Nad profilem se nenachází žádné velké nádrže, které by ovlivňovaly přirozený průběh řady. Nejmenší naměřený průtok na měrném profilu byl  $0.893 \text{ [m}^3/\text{s]}$  a největší naměřený průtok na měrném profilu byl  $34.365 \text{ [m}^3/\text{s]}$ .

Průměrný roční stav:	<b>97</b>	[cm]	N-leté průtoky:	$Q_1$	$Q_5$	$Q_{10}$	$Q_{50}$	$Q_{100}$
Průměrný roční průtok:	<b>4,26</b>	$[\text{m}^3\text{s}^{-1}]$	$[\text{m}^3\text{s}^{-1}]$	<b>37</b>	<b>61</b>	<b>79</b>	<b>140</b>	<b>180</b>

**Obr.12.** Základní hydrologické charakteristiky vodního toku Svitava [6].



Obr.13. Reálná průtoková řada.

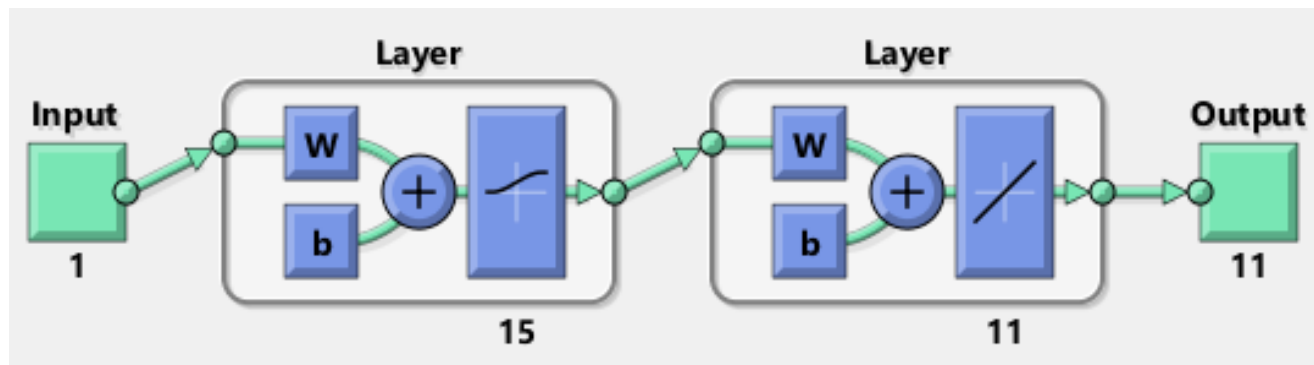
## 5.2 Kalibrace modelu

V rámci aplikace se hledalo vhodné nastavení neuronové sítě, které by přineslo nejlepší výsledky. Kalibrování spočívalo v měnění počtu vrstev perceptronové sítě a počtů skrytých neuronů. Řada byla rozdělena na dvě části. Prvních 75 let bylo použito pro kalibraci předpovědních modelů (modulu) a posledních 15 let bylo použito pro validaci modelu. Průtoky v každém měsíci mají jiné pravděpodobnostní rozdělení, proto bylo přistoupeno k jejich transformaci na jednotné rozdělení (normované normální rozdělení). Využívá se modifikovaný zonální model, který je popsán v kapitole 3.1. V průběhu kalibrace byly testovány tři varianty nastavení NS (variana I, varianta II, varianta III).



### 5.2.1 Varianta I

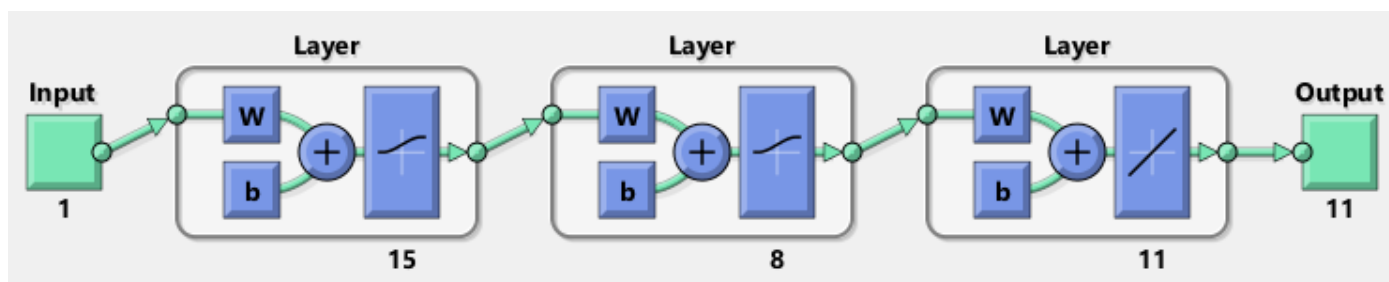
První kalibrace neuronové sítě obsahuje jednu dvouvrstvou perceptronovou síť. První skrytá vrstva obsahuje 15 skrytých neuronů a transformační funkcí je sigmoida. Druhá skrytá vrstva obsahuje počet zpětných měsíců v našem případě 11. Při uvedených hodnotách bylo dosaženo nejlepších výsledků pro uvedenou variantu. Na obrázku 14 je schéma varianty I.



Obr.14. Dvouvrstvá perceptronová síť.

### 5.2.2 Varianta II

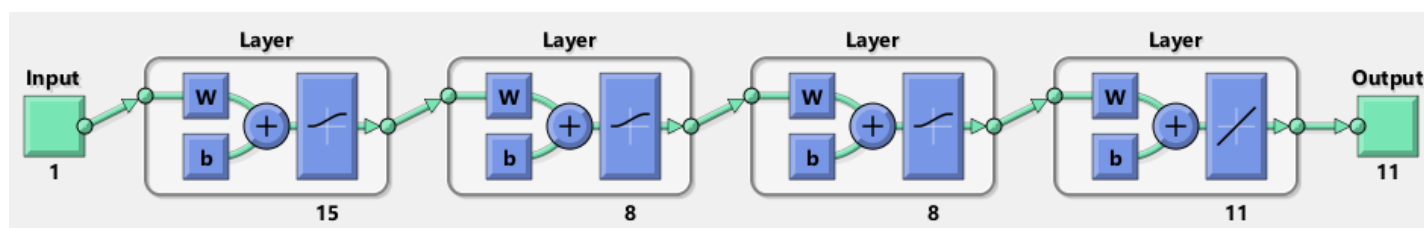
Druhá kalibrace neuronové sítě obsahuje jednu třívrstvou perceptronovou síť. První skrytá vrstva obsahuje 15 skrytých neuronů a transformační funkcí je sigmoida. Druhá skrytá vrstva obsahuje 8 skrytých neuronů a transformační funkcí je sigmoida. Třetí skrytá vrstva obsahuje počet zpětných měsíců v našem případě 11.



Obr.15. Třívrstvá perceptronová síť.

### 5.2.3 Varianta III

Třetí kalibrace neuronové sítě obsahuje jednu čtyřvrstvou perceptronovou síť. První skrytá vrstva obsahuje 15 skrytých neuronů a transformační funkcí je sigmoida. Druhá skrytá vrstva obsahuje 8 skrytých neuronů a transformační funkcí je sigmoida. Třetí skrytá vrstva obsahuje stejně jak druhá 8 skrytých neuronů a transformační funkcí je sigmoida. Čtvrtá skrytá vrstva obsahuje počet zpětných měsíců v našem případě 11.

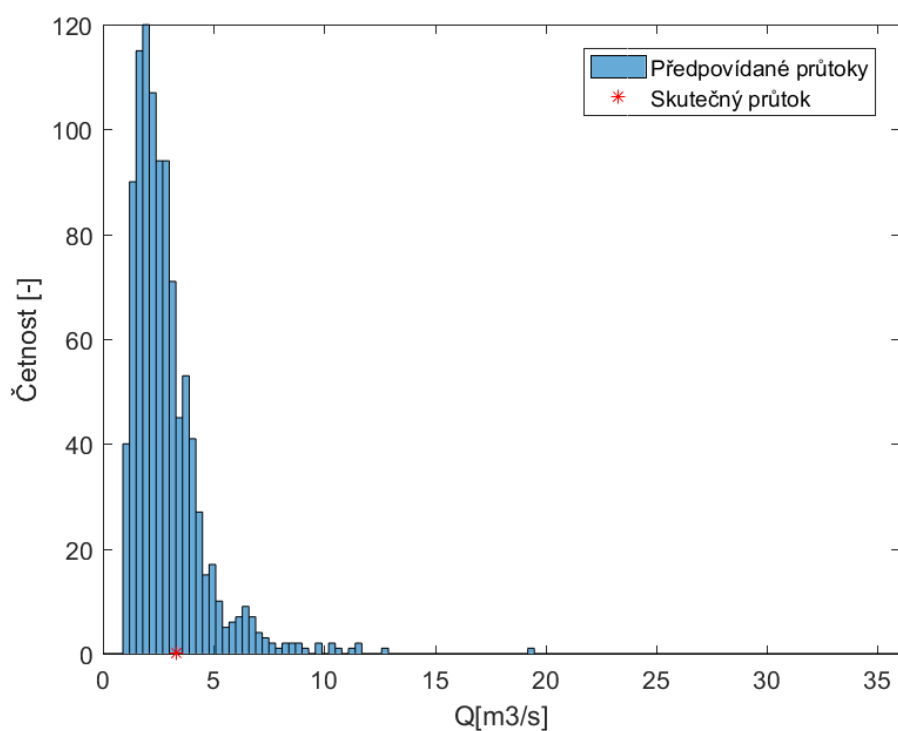


Obr.16. Čtyřvrstvá perceptronová síť.

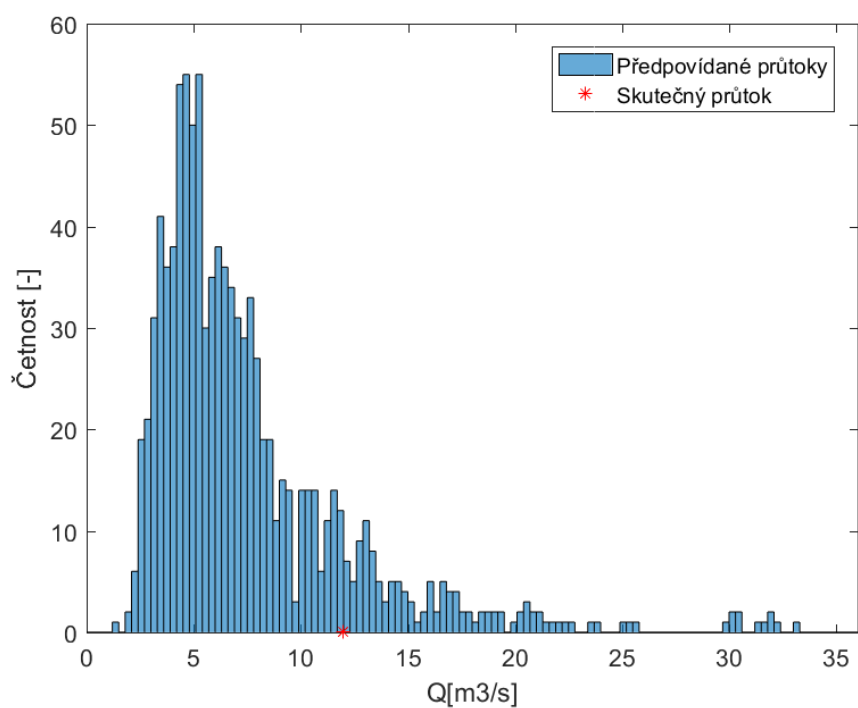
## 5.3 Vyhodnocení jednotlivých kalibrací

Vyhodnocení úspěšnosti neuronové sítě je značně problematické, protože jednomu historicky naměřenému údaji může odpovídat i více než 1000 předpovězených hodnot. Rovněž musíme brát v úvahu, že předpovědní modely byly sestaveny pro stochastické řízení zásobní funkce nádrže. Nejedná se tedy o klasické předpovědní modely. Z výše uvedeného důvodu byly při vyhodnocení z validačního období odstraněny všechny průtoky, které byly ovlivněny průchodem povodní. Za povodněmi ovlivněný průtok se považoval průtok, který byl dvojnásobkem mediánu průměrného měsíčního průtoky daného měsíce.

Pro vyhodnocení předpovědi průtoků bylo v první fázi použito srovnání mezi reálným průtokem a počtem výskytů předpovězených průtoků v jeho blízkosti. Pro každou stochastickou předpověď byl sestaven histogram o velikosti intervalu  $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$ , následně byl určen interval reálného průtoky (reálný interval). Pro více informací byl rovněž vyhodnocen počet výskytů v blízkém okolí reálného intervalu (rozšíření o jeden interval, rozšíření o dva intervaly z každé strany). Na obrázcích 17,18 a 19 jsou zobrazeny histogramy pro vybrané měsíce. Na svislé ose je vyobrazen počet výskytů v jednotlivých intervalech a na vodorovné ose jsou uvedeny průtoky v  $\text{m}^3/\text{s}$ . [5]

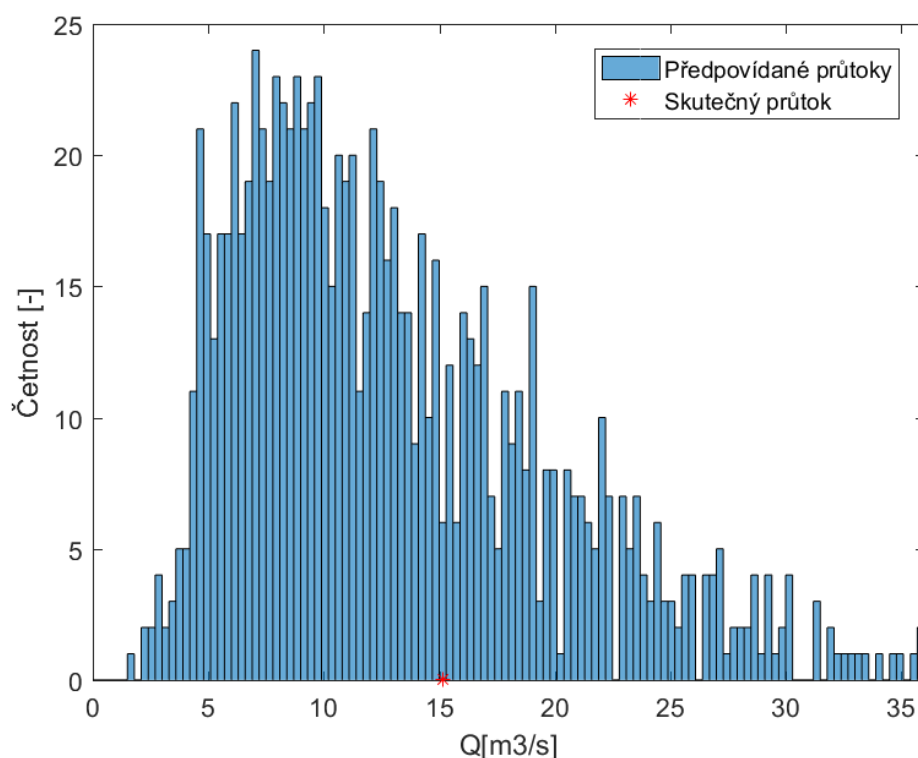


**Obr.17.** Histogram předpovědi pro málo vodný měsíc.



**Obr.18.** Histogram předpovědi pro průměrně vodný měsíc





**Obr.19.** Histogram předpovědi pro vodný měsíc

Vyhodnocení pomocí histogramů proběhlo pro všechny předpovězené měsíce (1-12). První předpovězený měsíc má velký vliv na průběh výsledného řízení, ale nelze opomenout vliv i ostatních členů řady předpovězených průtoků, které mají zejména velký vliv při nedostatku vody v profilu. [5]

Konečným vyhodnocením byly pro všechny měsíce stanovené průměry a mediány četností průtoků v měrném profilu.

Výsledky četností ukázaly, že pokud není průměrný měsíční průtok předpovídan jako první v pořadí, může dosáhnout vyšší průměrné četnosti pro vybrané měsíce. Uvedený jev souvisí s vazbou na předchozí hodnoty průtoků, které byly ovlivněny povodněmi. Pokud se v předcházejících měsících vyskytl povodňový průtok, bude celá předpověď ovlivněna (výběr zóny u zonálních modelů, vyšší vstupní průtok pro ostatní). Jev bude nejvíce znatelný pro měsíce, kdy se střídají povodňové průtoky s obdobími sucha (únor, březen, atd.). Uvedené vysvětlení je však jen částečně uspokojivé, protože jev se vyskytuje napříč celým rokem pro všechny zkoumané modely. [5]

### 5.3.1 Výsledky varianty

#### Varianta I

V tabulkách 2 a 3 jsou ukázky výsledků vodných měsíců z dvouvrstvé neuronové sítě a v tabulkách 4 a 5 jsou ukázky výsledků málo vodných měsíců z dvouvrstvé neuronové sítě.

**Tab.2.** *Průměr četností měsíc březen*

Březen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	6	18	28
2.	6	20	32
3.	10	27	42
4.	7	23	40
5.	9	25	41
6.	6	17	29
7.	6	14	24
8.	3	10	17
9.	3	11	19
10.	3	11	17
11.	7	21	33

**Tab.3.** *Medián četností měsíc březen*

Březen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	6	18	26
2.	4	11	23
3.	10	22	41
4.	5	20	31
5.	5	13	22
6.	1	2	3
7.	6	12	27
8.	1	4	6
9.	1	2	5
10.	0	0	1
11.	5	13	21

**Tab.4.** *Průměr četností měsíc červenec*

Červenec - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	33	100	158
2.	22	67	106
3.	16	48	76
4.	12	34	54
5.	24	72	117
6.	32	90	149
7.	32	95	156
8.	25	66	104
9.	36	107	173
10.	26	87	145
11.	27	80	127

**Tab.5.** *Medián četností měsíc červenec*

Červenec - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	30	99	162
2.	24	78	117
3.	11	38	60
4.	9	23	36
5.	23	79	118
6.	28	88	149
7.	35	103	154
8.	20	56	91
9.	28	85	162
10.	25	82	132
11.	20	65	103

## Varianta II

V tabulkách 6 a 7 jsou ukázky výsledků vodných měsíců z třívrstvé neuronové sítě a v tabulkách 8 a 9 jsou ukázky výsledků málo vodných měsíců z třívrstvé neuronové sítě.

**Tab.6.** *Průměr četností měsíc březen*

Březen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	11	34	56
2.	17	49	82
3.	17	52	84
4.	17	50	82
5.	14	45	76
6.	16	46	75
7.	8	27	48
8.	7	20	34
9.	8	24	39
10.	7	22	38
11.	13	42	70

**Tab.7.** *Medián četností měsíc březen*

Březen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	5	18	36
2.	14	50	81
3.	16	52	74
4.	16	52	81
5.	8	28	47
6.	13	37	58
7.	5	16	29
8.	3	10	18
9.	2	6	10
10.	3	7	12
11.	5	14	27

**Tab.8.** *Průměr četností měsíc červenec*

Červenec - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	60	168	270
2.	34	97	159
3.	14	46	78
4.	24	73	120
5.	39	119	195
6.	59	181	293
7.	57	170	273
8.	45	129	211
9.	52	159	255
10.	46	139	237
11.	55	164	259

**Tab.9.** *Medián četností měsíc červenec*

Červenec - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	68	190	303
2.	37	112	184
3.	6	21	30
4.	5	21	35
5.	39	119	185
6.	55	168	279
7.	62	171	278
8.	41	154	247
9.	41	154	247
10.	34	101	181
11.	53	171	274

## Varianta III

V tabulkách 10 a 11 jsou ukázky výsledků vodných měsíců z čtyřvrstvé neuronové sítě a v tabulkách 12 a 13 jsou ukázky výsledků málo vodných měsíců z čtyřvrstvé neuronové sítě.

**Tab.10.** *Průměr četností měsíc březen*

Březen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	7	19	31
2.	8	25	40
3.	10	28	46
4.	9	26	44
5.	7	24	39
6.	6	21	35
7.	7	21	35
8.	6	18	32
9.	2	7	13
10.	3	10	18
11.	8	24	39

**Tab.11.** *Medián četností měsíc březen*

Březen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	4	12	19
2.	6	21	37
3.	9	25	45
4.	6	19	27
5.	8	25	38
6.	4	8	12
7.	7	17	26
8.	2	8	14
9.	1	3	5
10.	1	4	6
11.	2	5	9

**Tab.12.** *Průměr četností měsíc červenec*

Červenec - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	29	83	135
2.	14	44	70
3.	11	36	59
4.	13	37	61
5.	16	45	75
6.	28	86	137
7.	28	88	144
8.	26	74	120
9.	31	91	153
10.	24	73	128
11.	30	89	140

**Tab.13.** *Medián četností měsíc červenec*

Červenec - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	25	82	134
2.	15	37	57
3.	7	26	47
4.	6	23	40
5.	15	46	73
6.	23	73	111
7.	24	78	137
8.	24	66	109
9.	28	84	138
10.	18	53	87
11.	30	91	143

## 5.4 Vyhodnocení výsledků neuronových sítí

Podkapitola shrnuje dosažené výsledky, které vycházejí z jednotlivých předpovědních variant neuronové sítě.

Výsledky vodných měsíců (březen, duben) dosahovaly menších četností. Tyto výsledky byly ovlivněny z důvodů velkých výkyvů průtoků příčinou krátkých přivalových dešťů nebo tání sněhu.

Výsledky málo vodných měsíců (červenec, srpen) dosahovaly větších četností. Tyto výsledky dosahovaly lepších četností než málo vodné měsíce převážně z důvodů menších výkyvů průtoků a menších vlivů klimatických změn.

## 6 Závěr

Cílem práce bylo sestavení modelu pro předpovídání průměrných měsíčních průtoků vody v měrném profilu Bílovice nad Svitavou. Kompletně celý předpovídající model byl zprogramován v softwaru MATLAB a vyhodnocení výsledků pak v programu Excel.

Předpovídající model byl sestavován na přítoky do zásobní funkce nádrže. Ze zkoušených třech variant modelu vyplívá, že dvouvrstvá neuronová síť dosahovala nejmenších četností a je nejméně vhodná pro předpovídání průtoků. Uvedená síť byla příliš jednoduchá a nedokázala podchytit všechny závislosti mezi jednotlivými datovými soubory. Čtyřvrstvá neuronová síť dosahovala o něco větších četností než dvouvrstvá NS. I přes mírné zlepšení byly četnosti neuspokojující z důvodu přetrénování neuronové sítě. Nejlepších četností dosahovala třívrstvá neuronová síť. Výsledky všech NS jsou z velké části ovlivněny, protože do vyhodnocení byly brány i povodňové průtoky. Ve vodných měsících není problémem dosažení menších četností, protože zásobní objem nádrže je v tomto období dostatečný.

Sestavený předpovídající model byl jednoduchý a předpovídal průtoky z celé 90-ti leté řady. Tato problematika má veliký potenciál a bude dobré se s ní zabývat i v budoucnosti.

## 7 SEZNAM ZKRATEK A SYMBOLŮ

NS ...	Neuronová síť
$Q_a$ ...	Dlouhodobý průměrný průtok
$N(0,1)$ ...	Normální normované rozdělení
$Z$ ..	Průměrný měsíční průtok transformovaný na normované normální rozdělení
$Y_{i,j}$ ...	transformovaný průměrný měsíční průtok na rozdělení bez asymetrie
$Q_{i,j}$ ...	je průměrný měsíční průtok
$s_{i,j}$ ...	Směrodatná odchylka
$Z_{i,j}$ ...	předpovězený průměrný měsíční průtok
$Y$ ...	Průměrný měsíční průtok z rozdělení zbaveného asymetrie
$E_v$ ...	Chyba vzoru
$E$ ...	Celková chyba
$W$ ...	Neznámý vektor
$x_{i,j}$ ...	Průměr
$Cv_{xj}$ ...	Koeficient variace
$Csx_j$ ...	Koeficient asymetrie
$r$ ...	Koeficient transformace na rozdělení bez asymetrie
$m$ ...	pořadové číslo prvku
$Sgn$ ...	Funkce signum

## 8 POUŽITÁ LITERATURA

- [1] NACHÁZEL, Karel, Miloš STARÝ a Jiří ZEŽULÁK. *Využití metod umělé inteligence ve vodním hospodářství*. Praha: Academia, 2004, 318 s. : il. ISBN 80-200-0229-4.
- [2] NOVÁK, Mirko. *Umělé neuronové sítě: teorie a aplikace*. Praha: C.H. Beck, 1998. ISBN 80-7179-132-6.
- [3] HANOUSEK, Jan a Pavel CHARAMZA. *Moderní metody zpracování dat: matematická statistika pro každého*. Praha: Grada, 1992. Educa '99. ISBN 80-85623-31-5.
- [4] BÉM, Jiří a Ivana BÉMOVÁ. *Základy hydrauliky a hydrologie*. Praha: SNTL, 1963. Učební texty vysokých škol.
- [5] KOZEL, Tomáš. *Stochastické řízení zásobní funkce nádrže pomocí metod umělé inteligence*. Brno, 2017. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Prof. Ing. MILOŠ STARÝ, CSc.
- [6] Hlásná a předpovědní povodňová služba: Detail stanice Bílovice nad Svitavou. In: *Český hydrometeorologický ústav* [online]. Brno: Ministerstvo životního prostředí České republiky, 2017 [cit. 2018-05-17]. Dostupné z: [https://www.edpp.cz/bil\\_hydrologicke-udaje/](https://www.edpp.cz/bil_hydrologicke-udaje/)
- [7] MATLAB Programming Language. *Altius Directory* [online]. South Grafton, USA: Altius Directory, 2007 [cit. 2018-05-17]. Dostupné z: <http://www.altiusdirectory.com/Computers/matlab-programming-language.php>

## 9 SEZNAM POUŽITÝCH OBRÁZKŮ

<b>Obr.1.</b> Biologický neuron [1].....	6
<b>Obr.2.</b> Umělý neuron [1].....	7
<b>Obr.3.</b> Umělá neuronová síť [1]. ....	7
<b>Obr.4.</b> Histogram vytvořený v programu MATLAB.....	12
<b>Obr.5.</b> Hustota pravděpodobnosti obecného normálního rozdělení [3]. ....	13
<b>Obr.6.</b> Hustota pravděpodobnosti normovaného normálního rozdělení [3].....	13
<b>Obr.7.</b> Ukázka empirické čáry překročení [4]. ....	15
<b>Obr.8.</b> Ukázka teoretické čáry překročení [4]. ....	16
<b>Obr.9.</b> Schéma Modifikovaného zonálního modelu. ....	19
<b>Obr.10.</b> Měrný profil Bílovice nad Svitavou [5]. ....	20
<b>Obr.11.</b> Měrná stanice Bílovice nad Svitavou [5]. ....	21
<b>Obr.12.</b> Základní hydrologické charakteristiky vodního toku Svitava [6]. ....	21
<b>Obr.13.</b> Reálná průtoková řada. ....	22
<b>Obr.14.</b> Dvouvrstvá perceptronová síť. ....	23
<b>Obr.15.</b> Třívrstvá perceptronová síť. ....	23
<b>Obr.16.</b> Čtyřvrstvá perceptronová síť. ....	24
<b>Obr.17.</b> Histogram předpovědi pro málo vodný měsíc. ....	25
<b>Obr.18.</b> Histogram předpovědi pro průměrně vodný měsíc.....	25
<b>Obr.19.</b> Histogram předpovědi pro vodný měsíc.....	26



## 10 SEZNAM POUŽITÝCH TABULEK

<b>Tab.1.</b> Schéma tréninkové matice .....	8
<b>Tab.2.</b> Průměr četností měsíc březen .....	26
<b>Tab.3.</b> Medián četností měsíc březen .....	26
<b>Tab.4.</b> Průměr četností měsíc červenec .....	27
<b>Tab.5.</b> Medián četností měsíc červenec .....	27
<b>Tab.6.</b> Průměr četností měsíc březen .....	27
<b>Tab.7.</b> Medián četností měsíc březen .....	27
<b>Tab.8.</b> Průměr četností měsíc červenec .....	28
<b>Tab.9.</b> Medián četností měsíc červenec .....	28
<b>Tab.10.</b> Průměr četností měsíc březen .....	28
<b>Tab.11.</b> Medián četností měsíc březen .....	28
<b>Tab.12.</b> Průměr četností měsíc červenec .....	29
<b>Tab.13.</b> Medián četností měsíc červenec .....	29
<b>Tab.14.</b> Průměr četností měsíc leden – 2 vrstvy NS .....	36
<b>Tab.15.</b> Medián četností měsíc leden – 2 vrstvy NS .....	36
<b>Tab.16.</b> Průměr četností měsíc leden – 3 vrstvy NS .....	36
<b>Tab.17.</b> Medián četností měsíc leden – 3 vrstvy NS .....	36
<b>Tab.18.</b> Průměr četností měsíc leden – 4 vrstvy NS .....	37
<b>Tab.19.</b> Medián četností měsíc leden – 4 vrstvy NS .....	37
<b>Tab.20.</b> Průměr četností měsíc únor – 2 vrstvy NS .....	37
<b>Tab.21.</b> Medián četností měsíc únor – 2 vrstvy NS .....	37
<b>Tab.22.</b> Průměr četností měsíc únor – 3 vrstvy NS .....	38
<b>Tab.23.</b> Medián četností měsíc únor – 3 vrstvy NS .....	38
<b>Tab.24.</b> Průměr četností měsíc únor – 4 vrstvy NS .....	38
<b>Tab.25.</b> Medián četností měsíc únor – 4 vrstvy NS .....	38
<b>Tab.26.</b> Průměr četností měsíc Duben – 2 vrstvy NS .....	39
<b>Tab.27.</b> Medián četností měsíc Duben – 2 vrstvy NS .....	39
<b>Tab.28.</b> Průměr četností měsíc Duben – 3 vrstvy NS .....	39
<b>Tab.29.</b> Medián četností měsíc Duben – 3 vrstvy NS .....	39
	34

<b>Tab.30.</b> Průměr četností měsíc Duben – 4 vrstvy NS .....	40
<b>Tab.31.</b> Medián četností měsíc Duben – 4 vrstvy NS .....	40
<b>Tab.32.</b> Průměr četností měsíc květen – 2 vrstvy NS .....	40
<b>Tab.33.</b> Medián četností měsíc květen – 2 vrstvy NS .....	40
<b>Tab.34.</b> Průměr četností měsíc květen – 3 vrstvy NS .....	41
<b>Tab.35.</b> Medián četností měsíc květen – 3 vrstvy NS .....	41
<b>Tab.36.</b> Průměr četností měsíc květen – 4 vrstvy NS .....	41
<b>Tab.37.</b> Medián četností měsíc květen – 4 vrstvy NS .....	41
<b>Tab.38.</b> Průměr četností měsíc červen – 2 vrstvy NS .....	42
<b>Tab.39.</b> Medián četností měsíc červen – 2 vrstvy NS .....	42
<b>Tab.40.</b> Průměr četností měsíc červen – 3 vrstvy NS .....	42
<b>Tab.41.</b> Medián četností měsíc červen – 3 vrstvy NS .....	42
<b>Tab.42.</b> Průměr četností měsíc červen – 4 vrstvy NS .....	43
<b>Tab.43.</b> Medián četností měsíc červen – 4 vrstvy NS .....	43
<b>Tab.44.</b> Průměr četností měsíc srpen – 2 vrstvy NS .....	43
<b>Tab.45.</b> Medián četností měsíc srpen – 2 vrstvy NS .....	43
<b>Tab.46.</b> Průměr četností měsíc srpen – 3 vrstvy NS .....	44
<b>Tab.47.</b> Medián četností měsíc srpen – 3 vrstvy NS .....	44
<b>Tab.48.</b> Průměr četností měsíc srpen – 4 vrstvy NS .....	44
<b>Tab.49.</b> Medián četností měsíc srpen – 4 vrstvy NS .....	44
<b>Tab.50.</b> Průměr četností měsíc září – 2 vrstvy NS .....	45
<b>Tab.51.</b> Medián četností měsíc září – 2 vrstvy NS .....	45
<b>Tab.52.</b> Průměr četností měsíc září – 3 vrstvy NS .....	45
<b>Tab.53.</b> Medián četností měsíc září – 3 vrstvy NS .....	45
<b>Tab.54.</b> Průměr četností měsíc září – 4 vrstvy NS .....	46
<b>Tab.55.</b> Medián četností měsíc září – 4 vrstvy NS .....	46
<b>Tab.56.</b> Průměr četností měsíc říjen – 2 vrstvy NS .....	46
<b>Tab.57.</b> Medián četností měsíc říjen – 2 vrstvy NS .....	46
<b>Tab.58.</b> Průměr četností měsíc říjen – 3 vrstvy NS .....	47
<b>Tab.59.</b> Medián četností měsíc říjen – 3 vrstvy NS .....	47

<b>Tab.60.</b> Průměr četností měsíc říjen – 4 vrstvy NS .....	47
<b>Tab.61.</b> Medián četností měsíc říjen – 4 vrstvy NS .....	47
<b>Tab.62.</b> Průměr četností měsíc listopad – 2 vrstvy NS .....	48
<b>Tab.63.</b> Medián četností měsíc listopad – 2 vrstvy NS .....	48
<b>Tab.64.</b> Průměr četností měsíc listopad – 3 vrstvy NS .....	48
<b>Tab.65.</b> Medián četností měsíc listopad – 3 vrstvy NS .....	48
<b>Tab.66.</b> Průměr četností měsíc listopad – 4 vrstvy NS .....	49
<b>Tab.67.</b> Medián četností měsíc listopad – 4 vrstvy NS .....	49
<b>Tab.68.</b> Průměr četností měsíc prosinec – 2 vrstvy NS .....	49
<b>Tab.69.</b> Medián četností měsíc prosinec – 2 vrstvy NS .....	49
<b>Tab.70.</b> Průměr četností měsíc prosinec – 3 vrstvy NS .....	50
<b>Tab.71.</b> Medián četností měsíc prosinec – 3 vrstvy NS .....	50
<b>Tab.72.</b> Průměr četností měsíc prosinec – 4 vrstvy NS .....	50
<b>Tab.73.</b> Medián četností měsíc prosinec – 4 vrstvy NS .....	50

## 11 PŘÍLOHY

**Tab.14.** *Průměr četností – 2 vrstvy NS*

Leden - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	28.26667	85.53333	141.86667
2.	13.78571	45.14286	71.928571
3.	17.78571	62.78571	96.928571
4.	20.5	56.64286	86.785714
5.	30	89.07143	139.85714
6.	25.28571	73.35714	119.5
7.	20.42857	61.85714	106.64286
8.	20.14286	69.78571	115.07143
9.	30.78571	88.64286	147.14286
10.	17.85714	55.64286	90.357143
11.	26.85714	80.57143	131.64286

**Tab.15.** *Medián četností – 2 vrstvy NS*

Leden - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	28	90	160
2.	13	43	72
3.	15	59.5	98
4.	14.5	39	59.5
5.	28.5	84	133
6.	19.5	56	89
7.	21	62.5	104.5
8.	13.5	55.5	91
9.	23	71.5	125.5
10.	17	56.5	93
11.	21	56	93.5

**Tab.16.** *Průměr četností – 3 vrstvy NS*

Leden - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	45.33333	131.8	217.8
2.	29.5	90.85714	152.42857
3.	24.28571	71.5	114.85714
4.	31.85714	94.57143	153.14286
5.	58.28571	166.2143	275.71429
6.	39.78571	131.2143	222.85714
7.	30.78571	95.64286	158
8.	46	137.5714	228.07143
9.	56.92857	171.2857	284.78571
10.	62.92857	180.0714	294.35714
11.	48.85714	153.4286	258.35714

**Tab.17.** *Medián četností – 3 vrstvy NS*

Leden - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	45	116	217
2.	22	70	127.5
3.	26	69	110
4.	28	81	129.5
5.	64	194	314.5
6.	41.5	150	251.5
7.	29	86.5	133
8.	45.5	142.5	247.5
9.	52.5	165.5	286
10.	54.5	171	290
11.	43	154	247.5

**Tab.18.** *Průměr četností – 4 vrstvy NS*

Leden - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	23.4	69.06667	114.6
2.	20.85714	57.92857	98
3.	14.57143	42.92857	71.285714
4.	14.5	42.92857	69.428571
5.	25.71429	75.71429	120.14286
6.	26.28571	75.42857	127.57143
7.	28.28571	83.57143	131.85714
8.	27.28571	82.21429	138.92857
9.	31.07143	88.42857	146.07143
10.	26.92857	81	137.28571
11.	29.64286	87.21429	136.35714

**Tab.19.** *Medián četností – 4 vrstvy NS*

Leden - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	20	60	98
2.	24.5	67.5	118
3.	12.5	39.5	64.5
4.	11.5	37	61
5.	24	76	124
6.	27.5	79	129.5
7.	23.5	69	119.5
8.	22.5	75	129
9.	25.5	75	128.5
10.	27	79.5	140
11.	30	86	132

**Tab.20.** *Průměr četností – 2 vrstvy NS*

Únor - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	17.33333	49.86667	84.8
2.	12.4	37.8	65.4
3.	16.35714	47.64286	79.64286
4.	21	61.28571	99.78571
5.	19.28571	57	95.42857
6.	16.14286	44.57143	74
7.	10.35714	33.64286	56
8.	17.28571	49.07143	85
9.	17.57143	47.85714	81.64286
10.	12.35714	37.92857	62
11.	16.07143	48.78571	82.57143

**Tab.21.** *Medián četností – 2 vrstvy NS*

Únor - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	9	32	62
2.	14	37	60
3.	17	43	75.5
4.	18.5	55	85
5.	13	44.5	70
6.	15	44.5	74.5
7.	9	29	53.5
8.	16	45.5	78.5
9.	12.5	31.5	61
10.	7	23.5	42.5
11.	15.5	45	81

**Tab.22.** *Průměr četností – 3 vrstvy NS*

Únor - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	36.2	107.0667	176.6667
2.	28.2	89.8	149.4
3.	26.35714	79.92857	129.7143
4.	32.07143	92.57143	153.1429
5.	40.14286	119.3571	197.8571
6.	35.5	108.1429	175.2143
7.	39.71429	117.7143	190.7857
8.	28.14286	81.85714	140.2857
9.	30.85714	95.07143	154.5714
10.	32	101.4286	166.8571
11.	39.42857	115.4286	189.5714

**Tab.23.** *Medián četností – 3 vrstvy NS*

Únor - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	36	102	168
2.	26	88	158
3.	20.5	65.5	111
4.	26.5	72.5	116.5
5.	33.5	106	178.5
6.	27.5	85.5	144.5
7.	42	133	209.5
8.	29.5	87.5	153.5
9.	17	57.5	102.5
10.	20.5	68.5	125
11.	36	113	189.5

**Tab.24.** *Průměr četností – 4 vrstvy NS*

Únor - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	22.8	67.93333	109.7333
2.	18.6	53.86667	91.13333
3.	11.71429	34.71429	56.28571
4.	16.14286	50.64286	83.85714
5.	21.28571	65.57143	109.3571
6.	19.5	57.35714	94.85714
7.	15.35714	45.21429	76.28571
8.	16.21429	51.92857	87.92857
9.	16.35714	48.07143	81.14286
10.	17.57143	49.85714	82.28571
11.	17	51.07143	82.42857

**Tab.25.** *Medián četností – 4 vrstvy NS*

Únor - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	23	72	119
2.	19	52	84
3.	12.5	33	48.5
4.	14	44	72
5.	21.5	67.5	120.5
6.	19	55	93.5
7.	16	42	69
8.	15.5	56.5	104.5
9.	13.5	40	78
10.	17.5	48.5	84.5
11.	16	51	77

**Tab.26.** *Průměr četností – 2 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Duben - průměr		
	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	12.07143	32.85714	54.85714
2.	12.33333	39.46667	69.26667
3.	8.6	24.93333	40.8
4.	9.333333	29.6	51.06667
5.	11.5	38.21429	63.42857
6.	12.71429	36.35714	62.92857
7.	13.42857	40.07143	68
8.	7.571429	24.28571	43.21429
9.	8.071429	23.21429	42.92857
10.	11.21429	36.64286	62
11.	10.07143	30.71429	53

**Tab.27.** *Medián četností – 2 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Duben - Medián		
	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	11	33	51
2.	13	39	65
3.	8	28	43
4.	6	26	46
5.	9	23.5	46.5
6.	8	20	35.5
7.	11.5	31.5	50
8.	5.5	16.5	33.5
9.	9	21.5	39
10.	9.5	24.5	44
11.	7	28	48.5

**Tab.28.** *Průměr četností – 3 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Duben - průměr		
	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	25.21429	75.78571	128.9286
2.	19.46667	54.6	92.73333
3.	19.66667	63.06667	105.1333
4.	27.6	80.2	132.3333
5.	21.35714	61.42857	107.7857
6.	27.57143	83.28571	134.4286
7.	24.21429	72.92857	123.5714
8.	19.92857	58.42857	101.2143
9.	16.71429	51.28571	88
10.	18.71429	60.92857	101.6429
11.	21.35714	64.21429	112.6429

**Tab.29.** *Medián četností – 3 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Duben - Medián		
	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	20.5	60.5	101.5
2.	20	65	99
3.	20	68	108
4.	24	71	117
5.	18	47	81.5
6.	23	69.5	115.5
7.	18.5	59	100.5
8.	23.5	61.5	108.5
9.	14.5	40.5	68.5
10.	11.5	35.5	69.5
11.	20	64.5	108

**Tab.30.** *Průměr četností – 4 vrstvy NS*

Duben - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	14.5	43.85714	70.57143
2.	11.73333	35.06667	60.26667
3.	10.93333	35.53333	60.26667
4.	17.06667	51.46667	86
5.	15.28571	45.71429	75.5
6.	13.28571	43.21429	70.5
7.	13	39.85714	68.64286
8.	10.92857	34.78571	58.5
9.	10.07143	30.35714	51.85714
10.	6.571429	23.21429	40.42857
11.	9.5	31.07143	55.28571

**Tab.31.** *Medián četností – 4 vrstvy NS*

Duben - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	13.5	42	67.5
2.	11	30	53
3.	8	37	64
4.	13	45	82
5.	7.5	26	45
6.	13	49.5	75
7.	11.5	46	75.5
8.	8.5	34.5	56
9.	5	17.5	35
10.	5	18	28.5
11.	9.5	27	49

**Tab.32.** *Průměr četností – 2 vrstvy NS*

Květen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	18.07143	55.28571	93.71429
2.	17.07143	45.14286	76.64286
3.	10.2	30.33333	50.66667
4.	9.933333	29.06667	46.4
5.	18.2	55.26667	93
6.	20.78571	61.57143	107.2143
7.	13.35714	43.71429	74.64286
8.	16.64286	53.21429	93.71429
9.	29.42857	83.92857	132.0714
10.	20.14286	58.14286	95.64286
11.	16.85714	54.85714	89.71429

**Tab.33.** *Medián četností – 2 vrstvy NS*

Květen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	15	39	73
2.	15	41	75
3.	5	15	26
4.	3	16	29
5.	14	32	68
6.	19	64.5	108
7.	11	40	73
8.	13	38	83.5
9.	25	69	125.5
10.	13	50	91
11.	13.5	42.5	68.5



**Tab.34. Průměr četností – 3 vrstvy NS**

Květen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	46.92857	141.5714	229.8571
2.	27.71429	82.92857	132.2143
3.	18.4	55.06667	89.4
4.	35.6	113.5333	179.5333
5.	48	143.4	234.1333
6.	46.21429	126.6429	201.9286
7.	41.85714	131.0714	212.4286
8.	45.35714	132.6429	223.5714
9.	53.28571	147.7143	240.7143
10.	51.92857	156.2143	252.9286
11.	46.92857	145.7857	242.1429

**Tab.35. Medián četností – 3 vrstvy NS**

Květen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	54	168	262.5
2.	23.5	76	122.5
3.	14	34	62
4.	25	70	117
5.	53	170	261
6.	46	122	207.5
7.	36.5	112.5	184
8.	36	118	198.5
9.	37	126.5	211.5
10.	46.5	149.5	242.5
11.	43.5	141.5	259

**Tab.36. Průměr četností – 4 vrstvy NS**

Květen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	21.64286	67.28571	111.5714
2.	17.21429	48.78571	82.14286
3.	12.66667	36.86667	60.66667
4.	16.93333	51.13333	83.66667
5.	26.46667	73.6	120
6.	21.57143	63.28571	104.7143
7.	22.64286	67.92857	118.4286
8.	24.5	69.57143	116.7857
9.	28.14286	84.71429	139.5
10.	23.21429	65.64286	110
11.	22.71429	67.35714	114.9286

**Tab.37. Medián četností – 4 vrstvy NS**

Květen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	17	63.5	112
2.	15.5	44.5	85
3.	8	27	39
4.	15	53	89
5.	26	93	157
6.	17	53	105
7.	22.5	59.5	107.5
8.	23.5	65.5	113
9.	21.5	65.5	120.5
10.	24	64	105
11.	19.5	55.5	91.5

**Tab.38.** *Průměr četností – 2 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Červen - průměr		
	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	27	75.92857	123.2143
2.	14.21429	44	73.28571
3.	9.285714	26.92857	44.28571
4.	10.2	31.8	51.8
5.	20.33333	63.46667	100.4
6.	23.46667	72.86667	122.6
7.	25.92857	74.35714	126.9286
8.	30.78571	85.28571	142.2857
9.	29.5	84.57143	142.9286
10.	35.21429	100.7143	164.8571
11.	30.71429	89.42857	142.8571

**Tab.39.** *Medián četností – 2 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Červen - Medián		
	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	24	62	126
2.	8	23.5	43.5
3.	5	18	28
4.	6	17	33
5.	21	46	73
6.	17	60	105
7.	26	63	110
8.	30	80	143.5
9.	31.5	84	124.5
10.	35.5	104.5	166
11.	32	105.5	167

**Tab.40.** *Průměr četností – 3 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Červen - průměr		
	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	62.64286	182.9286	298.2143
2.	34.64286	101.3571	166.9286
3.	14.57143	47.21429	79.71429
4.	26.06667	73	119.9333
5.	54.8	163.2	259
6.	64.93333	184.8	295.0667
7.	56.07143	169.8571	273.7143
8.	55.35714	170.5714	274.2143
9.	70.21429	206.9286	331.7857
10.	68.28571	210.5	358.2143
11.	59.64286	179.8571	294.6429

**Tab.41.** *Medián četností – 3 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Červen - Medián		
	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	67.5	196	317
2.	37.5	108.5	185
3.	11	39	59
4.	19	45	79
5.	53	156	254
6.	53	175	270
7.	47.5	149	224.5
8.	55.5	161	275
9.	79	240.5	392.5
10.	82.5	242.5	421.5
11.	60.5	192	310.5

**Tab.42.** *Průměr četností – 4 vrstvy NS*

Červen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	32.35714	92.07143	148.1429
2.	17.78571	54.42857	92
3.	8.571429	28.07143	47.07143
4.	14.93333	44.6	75.2
5.	23.73333	72.06667	116.9333
6.	30.4	90.2	145.9333
7.	32.42857	90.35714	146.4286
8.	35.21429	101.5	168.7857
9.	34.28571	102.7857	165.5714
10.	36.78571	108.7857	178.5714
11.	28.5	83.07143	133.4286

**Tab.43.** *Medián četností – 4 vrstvy NS*

Červen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	37.5	103.5	166.5
2.	13.5	41.5	79
3.	6.5	20	35.5
4.	10	34	48
5.	21	69	113
6.	28	92	148
7.	37.5	98.5	156.5
8.	38	123.5	191.5
9.	40.5	113	177
10.	44	130	206
11.	25.5	79.5	118

**Tab.44.** *Průměr četností – 2 vrstvy NS*

Srpen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	29.42857	85.78571	132.4286
2.	22.64286	65	107.2143
3.	9.642857	27.42857	48
4.	13.42857	42.57143	69.28571
5.	32.14286	92.57143	146.7857
6.	27.66667	78.2	121.0667
7.	25.26667	83.93333	135.7333
8.	22.33333	69	115.0667
9.	28.71429	87	150.3571
10.	24.5	78.64286	121.0714
11.	23.64286	77	126.5

**Tab.45.** *Medián četností – 2 vrstvy NS*

Srpen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	28	71	116
2.	21.5	57.5	85
3.	10.5	29	43.5
4.	6.5	20	39
5.	31	91	148.5
6.	19	43	75
7.	15	49	85
8.	16	55	91
9.	19.5	69	117
10.	21	75.5	107
11.	16.5	54.5	96

**Tab.46.** *Průměr četností – 3 vrstvy NS*

Srpen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	55.07143	159.0714	249.3571
2.	28.85714	89.92857	151.9286
3.	14.71429	45.71429	76.57143
4.	17.28571	57.21429	96.92857
5.	32.92857	88.5	151.6429
6.	58.46667	173.7333	284.6667
7.	64.53333	191.1333	305.3333
8.	48.66667	151.4	256.1333
9.	50.71429	155.5	251.7143
10.	55	171.3571	289.9286
11.	40.14286	125.4286	212.9286

**Tab.47.** *Medián četností – 3 vrstvy NS*

Srpen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	51.5	138	231
2.	20	64.5	106.5
3.	11.5	41.5	75
4.	15	44.5	76
5.	17	58	103.5
6.	53	138	236
7.	52	178	301
8.	48	140	230
9.	45	151.5	272
10.	46	133	232.5
11.	38.5	125	204.5

**Tab.48.** *Průměr četností – 4 vrstvy NS*

Srpen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	26.64286	75.28571	117.1429
2.	19.21429	53.35714	86.07143
3.	7.5	23.64286	38.14286
4.	10.71429	30.14286	50.5
5.	17.28571	50	82
6.	33.13333	93.6	149.6667
7.	31.8	88.4	134.1333
8.	27	88.53333	141.6
9.	33.28571	98.14286	145.7857
10.	33.71429	94.42857	141.0714
11.	22.35714	75.14286	120.4286

**Tab.49.** *Medián četností – 4 vrstvy NS*

Srpen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	28	69	112.5
2.	21.5	50.5	91.5
3.	4.5	17.5	30
4.	5	15	27.5
5.	12.5	35	55
6.	27	88	143
7.	21	62	97
8.	26	83	134
9.	15.5	57.5	106
10.	25	80	130.5
11.	18	51.5	84.5

**Tab.50.** *Průměr četností – 2 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Září - průměr		
	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	28.64286	89.85714	147.2857
2.	28.78571	82.92857	139
3.	12	34.57143	56.5
4.	22.35714	72	120.7857
5.	28.28571	89.21429	145.3571
6.	31.07143	84	136.0714
7.	25.8	82.06667	137.4
8.	25.13333	73.66667	119.8
9.	26.53333	83.6	135.8667
10.	24.64286	74.57143	122.6429
11.	22.71429	67	107.7857

**Tab.51.** *Medián četností – 2 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Září - Medián		
	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	28	91	154.5
2.	26.5	70.5	113
3.	15	44.5	74.5
4.	27	84	126.5
5.	22.5	72.5	121.5
6.	29.5	64	104.5
7.	26	80	124
8.	22	53	83
9.	33	91	163
10.	24.5	71	125.5
11.	20.5	57.5	98.5

**Tab.52.** *Průměr četností – 3 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Září - průměr		
	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	62.71429	183.3571	284.5714
2.	35.5	107.8571	171.1429
3.	19.5	54	85.42857
4.	31.21429	98.14286	163.6429
5.	50.71429	150.8571	248.7143
6.	56.5	160.8571	269.5
7.	65.86667	195.2	319.4
8.	55.8	174.8667	288.4667
9.	63.33333	182.2667	305.2667
10.	75.42857	225.2857	361.5714
11.	59.07143	163.6429	264.1429

**Tab.53.** *Medián četností – 3 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Září - Medián		
	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	54.5	187	293.5
2.	28.5	100.5	156
3.	9.5	31	55
4.	17	59	99
5.	39	116.5	202
6.	56	147	252
7.	66	201	350
8.	43	134	231
9.	51	129	230
10.	76	246.5	409.5
11.	71	199.5	324

**Tab.54. Průměr četností – 4 vrstvy NS**

Září - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	23.14286	64.57143	102.1429
2.	20.07143	61	98.64286
3.	10.78571	34	56.64286
4.	17.71429	53.5	86.57143
5.	21.92857	66.42857	104.2857
6.	33	103.1429	166.7857
7.	27.26667	78.2	132.1333
8.	36.66667	102.8667	169.0667
9.	36.8	106.3333	177
10.	31.64286	96.21429	152.2143
11.	38.57143	110.8571	176.9286

**Tab.55. Medián četností – 4 vrstvy NS**

Září - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	21	60	95
2.	17	59.5	96
3.	9.5	35	53.5
4.	11	34.5	59
5.	24	65.5	101
6.	32.5	98.5	157.5
7.	24	76	141
8.	40	95	161
9.	30	81	139
10.	26.5	86.5	131.5
11.	44.5	129.5	204.5

**Tab.56. Průměr četností – 2 vrstvy NS**

Říjen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	30.85714	96.64286	156.3571
2.	19.35714	58.07143	95.85714
3.	11.5	30.64286	47.14286
4.	13.28571	37.85714	60.07143
5.	24	73.28571	117.8571
6.	33.42857	99.07143	160.1429
7.	28.14286	85.14286	130.6429
8.	28.33333	83.2	135.8667
9.	31.66667	97.73333	162
10.	31.33333	95.8	156
11.	39.78571	113.2857	183.7143

**Tab.57. Medián četností – 2 vrstvy NS**

Říjen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	29	100.5	161
2.	17.5	58	97.5
3.	4	10.5	16.5
4.	8	30	51.5
5.	19	58.5	100.5
6.	37.5	109	167
7.	23	81.5	128.5
8.	24	71	104
9.	24	67	113
10.	30	85	147
11.	45	129	198

**Tab.58.** *Průměr četností – 3 vrstvy NS*

Říjen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	71.5	214.7857	346.7143
2.	46.35714	133.5714	219.7857
3.	12.57143	36.5	56.5
4.	31.35714	89.21429	145.6429
5.	64.85714	184.2857	289.7143
6.	54.57143	163.3571	266.2857
7.	49.57143	153.5714	252.2857
8.	54.26667	159.1333	270
9.	76.2	230.2	372.4
10.	63.46667	191.8	313.3333
11.	59.14286	175.2857	293.5

**Tab.59.** *Medián četností – 3 vrstvy NS*

Říjen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	75.5	213	344
2.	41	116.5	207.5
3.	3	10.5	18.5
4.	18	56.5	91.5
5.	54	164.5	272.5
6.	47	129.5	225.5
7.	35	133	219
8.	54	137	252
9.	90	254	364
10.	57	178	283
11.	56.5	172.5	288

**Tab.60.** *Průměr četností – 4 vrstvy NS*

Říjen - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	29.64286	89.07143	145.5714
2.	19.92857	67.28571	108.9286
3.	6.857143	20.42857	31.92857
4.	11.78571	34.42857	57.85714
5.	19.78571	62.42857	103
6.	32.14286	95.14286	146.9286
7.	31.92857	91	152.7857
8.	29.46667	92.4	150.6667
9.	35.93333	109.0667	186.8
10.	33.66667	94.86667	152.4667
11.	26.5	79.42857	132.4286

**Tab.61.** *Medián četností – 4 vrstvy NS*

Říjen - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3 [m <sup>3</sup> /s]	0,9 [m <sup>3</sup> /s]	1,5 [m <sup>3</sup> /s]
1.	24.5	75.5	127
2.	22	68.5	113.5
3.	2.5	9	14
4.	9	24.5	44.5
5.	16	50	83
6.	21	67.5	106.5
7.	26.5	75	136.5
8.	31	87	135
9.	35	96	143
10.	35	107	174
11.	20	54	90.5

**Tab.62.** *Průměr četností – 2 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Listopad - průměr		
	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	27.42857	82.64286	131.1429
2.	18.14286	51.64286	85.28571
3.	9.214286	28.78571	48.78571
4.	22.64286	65.14286	110.7857
5.	26.92857	75.5	117.0714
6.	31.35714	91.35714	143.9286
7.	20.85714	66.35714	108.2143
8.	27.5	79.42857	136.5714
9.	29.86667	93.4	148.4667
10.	33.26667	100.7333	169.1333
11.	25.2	82.13333	134.4

**Tab.63.** *Medián četností – 2 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Listopad - Medián		
	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	24.5	69.5	110
2.	13.5	40	65.5
3.	4.5	16	29.5
4.	15	43.5	77.5
5.	32.5	77	116.5
6.	23.5	72.5	121.5
7.	16	53.5	83.5
8.	25	61.5	118.5
9.	30	65	102
10.	30	80	129
11.	21	77	136

**Tab.64.** *Průměr četností – 3 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Listopad - průměr		
	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	38.92857	116.4286	194
2.	59.78571	177.4286	285.8571
3.	26.57143	78.5	124.9286
4.	16.14286	51.78571	85.21429
5.	39.92857	119.0714	194.7143
6.	64.42857	186.9286	302.6429
7.	55.92857	164.4286	265.2857
8.	47.78571	143.8571	234.1429
9.	75.33333	217.7333	336.7333
10.	68.66667	198.7333	323.0667
11.	48.6	144.7333	239.4

**Tab.65.** *Medián četností – 3 vrstvy NS*

Průtoky/ pořadí	Listopad - Medián		
	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	20.5	68.5	139.5
2.	58	182.5	290.5
3.	17.5	53	94
4.	7.5	28.5	54
5.	33	99	175.5
6.	59.5	166	275
7.	50.5	146.5	242.5
8.	33	99.5	170
9.	63	188	294
10.	67	197	320
11.	28	109	193



**Tab.66.** *Průměr četností – 4 vrstvy NS*

Listopad - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	26.64286	71.92857	115.2857
2.	19.64286	61.57143	100.1429
3.	9	24.64286	41.35714
4.	10.42857	30.07143	52.07143
5.	22.14286	68.14286	111.5714
6.	31.35714	86	137.6429
7.	29.21429	81	134.7857
8.	25.92857	84.14286	143.8571
9.	36.46667	107.2667	175.6
10.	37.93333	114.8667	178.8667
11.	21.13333	70.46667	113.1333

**Tab.67.** *Medián četností – 4 vrstvy NS*

Listopad - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	23	60	99
2.	15.5	47.5	75
3.	6	13.5	23
4.	8	23.5	49
5.	21.5	64.5	104
6.	29	76.5	123
7.	23.5	69.5	125.5
8.	25	83.5	137.5
9.	25	82	140
10.	28	87	158
11.	17	55	91

**Tab.68.** *Průměr četností – 2 vrstvy NS*

Prosinec - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	31.35714	91.21429	146.7143
2.	28.85714	83	129
3.	13.14286	41.21429	65.64286
4.	18.35714	57.71429	95
5.	23.57143	69.71429	112.4286
6.	34.85714	96.64286	159.2857
7.	35.21429	98.71429	160.7857
8.	29.92857	95.92857	162.7857
9.	41	122.2857	201.7857
10.	34.26667	103.4	165.7333
11.	27.13333	79.4	128.8667

**Tab.69.** *Medián četností – 2 vrstvy NS*

Prosinec - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	39	109	166
2.	29	77.5	119.5
3.	10	34	57
4.	19.5	60	99.5
5.	23	58.5	87.5
6.	26	71	130.5
7.	28	85.5	135
8.	25.5	91.5	149.5
9.	37	115	192
10.	28	89	146
11.	25	79	135

**Tab.70.** *Průměr četností – 3 vrstvy NS*

Prosinec - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	59.14286	175.7143	284.7143
2.	23	68.07143	116.6429
3.	29.85714	91.78571	152.6429
4.	38.92857	111.5714	183
5.	39	119.5	193.2857
6.	53.71429	163.4286	272.7857
7.	71.14286	219.1429	356.9286
8.	68.21429	214.0714	364.6429
9.	84.5	249.2857	410.9286
10.	74.4	209.3333	338.1333
11.	54.8	165.1333	259.4667

**Tab.71.** *Medián četností – 3 vrstvy NS*

Prosinec - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	51.5	139.5	224
2.	6	13.5	28.5
3.	28.5	82.5	138.5
4.	35.5	96.5	156
5.	26.5	87.5	146
6.	59.5	176	275
7.	69.5	243	394
8.	75	217	369.5
9.	78.5	243	425
10.	74	212	326
11.	45	117	192

**Tab.72.** *Průměr četností – 4 vrstvy NS*

Prosinec - průměr			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	26	77.64286	126.7143
2.	17.71429	53.28571	90.5
3.	15.71429	46.85714	74.64286
4.	9.214286	25.64286	42.92857
5.	34.85714	98.14286	153.4286
6.	29.78571	91.35714	149.2143
7.	36.28571	106.4286	167.9286
8.	27.21429	85.28571	138.9286
9.	35.42857	110.2857	174.0714
10.	36.4	101.2667	162.4
11.	33.53333	93.73333	158.3333

**Tab.73.** *Medián četností – 4 vrstvy NS*

Prosinec - Medián			
Průtoky/ pořadí	0,3	0,9	1,5
	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
1.	27.5	86	137
2.	18	57	97.5
3.	13	45	71
4.	7	20.5	34.5
5.	28.5	84.5	134.5
6.	28.5	92	139
7.	33	110.5	166.5
8.	34	102.5	154.5
9.	40	114	197.5
10.	34	97	170
11.	24	66	112